

Т. Г. СМІЛА, Л. Л. ПЕЧЕРИЦЯ

ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ ГАЗОДИНАМІЧНИХ РОЗРАХУНКІВ В ЗАДАЧАХ ОБТІКАННЯ ПЕРЕШКОД РОЗРІДЖЕНИМ СТРУМИННИМ ПОТОКОМ

Інститут технічної механіки

Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,

вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна;

e-mail: smelaya.t.g@nas.gov.ua, larisa.peche@gmail.com

Розробка конкурентоспроможних зразків ракетно-космічної техніки вимагає постійного вдосконалення і підвищення точності моделювання газодинамічних процесів навколо них. Це може сприяти подовженню терміну активної експлуатації космічних апаратів (КА) і, таким чином, підвищити економічну ефективність космічної діяльності. Зокрема, досить актуальним є моделювання взаємодії розріджених струминних потоків двигунних установок (ДУ) КА з його окремими елементами. Для розв'язання цієї задачі при досить високому ступені розрідженості навколишнього середовища застосовують молекулярно-кінетичне уявлення про структуру газу, якому відповідає рівняння Больцмана. Метою статті є огляд наявних методів моделювання газодинамічних процесів навколо КА у потоці розрідженого газу з урахуванням струминних потоків ДУ і вибір найперспективніших підходів до розв'язання цієї проблеми. Серед розглянутих методів виділено декілька основних напрямків: наближені, аналітичні і числові методи. Наближені методи використовують фізичні моделі течії в струмені, апроксимацію результатів числових розрахунків, або поєднання обох підходів. Аналітичні методи ґрунтуються на суттєво спрощених припущеннях і призначені для розв'язання дуже вузького кола задач. Числові методи є найбільш універсальним інструментом теоретичного дослідження. Водночас, кожний такий метод також має певні рамки застосування. Найбільш поширені і найперспективніші на сьогодні – методи статистичного моделювання: метод прямого моделювання Монте-Карло (ПММК) і метод пробних частинок (МПЧ). Перший використовує принцип розщеплення безперервного процесу руху і зіткнень молекул в розрідженому газі на два послідовних незалежних етапа (вільно-молекулярний перенос і релаксацію) на кожному малому часовому кроці. Моделювання здійснюється по часовим крокам і фактично відтворює певний нестационарний процес. Другий метод – МПЧ – полягає в статистичному послідовному моделюванні блукань пробних частинок (ПЧ) (молекул) на тлі польових серед комірок розрахункової сітки. Рухомі у межах комірок розрахункової ділянки ПЧ періодично стикаються з обтічною перешкодою і польовими частинками, поступово змінюючи при цьому як свою швидкість, так і характеристики поля. Точність моделювання обох статистичних підходів, як і можна очікувати, обернено пропорційна квадратному кореню з числа випробувань – часових кроків і кількості моделюючих частинок для ПММК та кількості послідовно змодельованих траєкторій ПЧ для МПЧ, що суттєво впливає на можливість досягнення належного ступеня точності.

Ключові слова: газодинамічні процеси, аналітичні і числові методи, розріджений струминний потік, методи статистичного моделювання, метод прямого моделювання Монте-Карло, метод пробних частинок.

1. Больцман Л. Лекции по теории газов. М., 1956. 554 с.
2. Гусев В. Н., Егоров И. В., Ерофеев А. И., Провоторов В. П. Верификация моделей и методов в динамике разреженных газов. Изв. Академии наук РАН. 1999. № 2. С. 129–137.
3. Басс В. П., Пяткина Л. В., Иванов С. Г. Анализ инженерных методов расчета параметров сверхзвуковой струи, истекающей в вакуум. Аэрогазодинамика и нестационарный тепломассообмен. Киев: Наук. думка, 1983. С. 38–43.
4. Hilbert D. Grundzuge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichung. Leipzig und Berlin, 1912. 282 p.
5. Hecke E. Über orthogonal-invariante Integralgleichungen. Mathematische Annalen. 1917. Vol. 78. P. 398–404. <https://doi.org/10.1007/BF01457114>
6. Chapman S. On the law of distribution of molecular velocities, and on the theory of viscosity and thermal conduction, in a non-uniform simple monatomic gas. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character. 1916. V. 216. P. 279–348. <https://doi.org/10.1098/rsta.1916.0006>
7. Grad H. On the kinetic theory of rarefied gases. Comm. Pure Appl. Math. 1949. Vol. 2. P. 311. <https://doi.org/10.1002/cpa.3160020403>
8. Burnett D. The distribution of molecular velocities and the mean motion in a non-uniform gas. Proc. London Math. Soc. 1935. V. 40. P. 382–435. <https://doi.org/10.1112/plms/s2-40.1.382>
9. Word C. A., Mintzer D. Truncation procedure for the spatial a homogeneous Boltzmann equation. Phys. Fluids. 1971. V. 14, N. 3. P. 499–509. <https://doi.org/10.1063/1.1693463>
10. Kumar K. Polynomial Expansion in Kinetic Theory of Gases. Ann. Phys. 1966. V. 37. P. 113–141. <https://doi.org/10.1063/1.1693463>
11. Сенкевич О. А., Семенов А. М. Решение уравнения Больцмана методом разложения функции распределения в ряд Энского по параметру Кнудсена в случае наличия нескольких масштабов зависимости функции распределения от времени и координат. Журнал технической физики. 2003. Т. 73, Вып. 10. С. 1–5. <https://doi.org/10.1134/1.1620111>

12. Эндер А. Я., Эндер И. А. Нелинейный моментный метод для изотропного уравнения Больцмана и инвариантность интеграла столкновений. Журнал технической физики. 1999. Т. 69, вып. 6. С. 22–29. <https://doi.org/10.1134/1.1620111>
13. Эндер А. Я., Эндер И. А. Моментный метод для изотропного уравнения Больцмана. Журнал технической физики. 1994. Т. 64, вып. 10. С. 38–53.
14. Sharipov F., Sazhin O. Numerical simulation of rarefied gas flow through a thin orifice. J. of Fluid Mechanics. 2004. V. 518. P. 35–60. <https://doi.org/10.1017/S0022112004000710>
15. Varoutis S., Valougeorgis D., Sazhin O., Sharipov F. Rarefied gas flow through short tubes into vacuum. J. of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films. 2008. V. 26, N. 2. P. 228–238. <https://doi.org/10.1116/1.2830639>
16. Aristov V. V., Shakhov E. M., Titarev V. A., Zabelok S. A. Comparative study for rarefied gas flow into vacuum through a short circular pipe. Vacuum. 2014. V. 103. P. 5–8. <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2013.11.003>
17. Titarev V. A., Utyuzhnikov S. V., Shakhov E. M. Rarefied gas flow through a pipe of variable square cross section into vacuum. Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2013. V. 53, N. 8. P. 1221–1230. <https://doi.org/10.1134/S0965542513060183>
18. Ларина И. Н., Рыков В. А. Численное исследование нестационарных течений двухатомного разреженного газа в плоском микроканале. Журнал вычислительной математики и математической физики. 2014. Т. 54, № 8. С. 1332–1344. <https://doi.org/10.1134/S0965542514080065>
19. Vargas M., Naris S., Valougeorgis D., Pantazis S., Jousten K. Time-dependent rarefied gas flow of single gases and binary gas mixtures into vacuum. Vacuum. 2014. V. 109. P. 385–396. <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2014.06.024>
20. Конопелько Н. А., Шахов Е. М. Развитие и установление истечения разреженного газа из резервуара через плоский канал в вакуум. Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. Т. 57, № 10. С. 1722–1733. <https://doi.org/10.1134/S0965542517100098>
21. Фролова А. А., Титарев В. А. Кинетические методы решения нестационарных задач со струйными течениями. Математика и математическое моделирование. 2018. № 4. С. 27–44. <https://doi.org/10.24108/mathm.0418.0000142>
22. Фундаментальные основы МЭМС и нанотехнологий. Доклады V Всероссийской конференции, Новосибирск, 15–18 июня 2015 г. Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), 2015. Т. 1, вып. 5. 276 с.
23. Додулад О. И., Клосс Ю. Ю., Попанов А. П. Моделирование течений разреженного газа на основе решения кинетического уравнения Больцмана консервативным проекционным методом. Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56, № 6. С. 1008–1024. <https://doi.org/10.1134/S0965542516060117>
24. Кудряшова Т. А., Подрыга В. О., Поляков С. В. Моделирование течений газовых смесей в микроканалах. Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. 2014. № 3. С. 154–163.
25. Подрыга В. О. Многомасштабный подход к трёхмерному расчёту течений газов и их смесей в микроканалах технических систем. Доклады Академии наук. 2016. Т. 469, № 6. С. 656–658. <https://doi.org/10.1134/S1064562416040311>
26. Nordsieck A., Hicks B. L. Monte Carlo evaluation of the Boltzmann collision integral. Rarefied Gas Dynamics, Proceedings of 5-th International Symposium. New York-London: Plenum Press, 1967. P. 695–710.
27. Barichello L. B., Siewert C. E. A Discrete-Ordinates Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik. 1999. V. 50. P. 972–981. <https://doi.org/10.1007/s0000000050189>
28. Siewert C. E. The linearized Boltzmann Equation: Concise and Accurate Solutions to Basic Flow Problems. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik. 2003. V. 54, is. 2. P. 273–303. <https://doi.org/10.1007/s000330300005>
29. Латышев А. В., Юшканов А. А. Аналитические решения граничных задач для кинетических уравнений. М.: Московский государственный областной университет, 2004. 286 с.
30. Попов В. Н., Латухина Е. А. Вычисление макропараметров разреженного газа в задаче о течении Куэтта методом дискретных скоростей. Вестн. Моск. Государственного Областного ун-та. Сер. 2. Физика–математика. 2018. № 4. С. 140–149. <https://doi.org/10.18384/2310-7251-2018-4-140-149>
31. Novopashin S. A., Perepelkin A. L. Turbulence in rarefied gases. 19th Rarefied Gas Dynamics Symp. Weinheim: VCH, 1991. P. 877–883.
32. Aristov V. V. Изучение устойчивых и неустойчивых свободных струйных течений на основе уравнения Больцмана. Изв. РАН. Механ. жидкости и газа. 1998. № 2. С. 153–157. <https://doi.org/10.1007/BF02698713>
33. Ларина И. Н., Рыков В. А. Численное решение уравнения Больцмана методом симметричного расщепления. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2003. Т. 43, № 4. С. 601–613.
34. Власов А. А. Теория многих частиц. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 348 с.
35. Харлоу Ф. Х. Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики. Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. 460 с.
36. Яненко Н. Н., Анучина Н. Н., Петренко В. Е., Шокин Ю. И. О методах расчета задач газовой динамики с большими деформациями. Числ. методы механ. сплошной среды. 1970. 1. С. 40–62.
37. Григорьев Ю. Н., Вишнев В. А., Федорук М. П. Численное моделирование методами частиц-в-ячейках. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2004. 360 с.
38. Янилкин Ю. В., Шмелев В. А., Колобянин В. Ю., Беляев С. П. Монотонный метод частиц для моделирования двумерных газодинамических течений. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2012. Вып. 3. С. 3–14.
39. Малков Е. А., Иванов М. С. Детерминированный метод частиц-в-ячейках для решения задач динамики разреженного газа. Часть I. Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12, вып. 3. С. 368–374.

40. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 392 с.
41. Кустов А. В., Сафронов А. В. Совершенствование метода «крупных частиц». Космонавтика и ракетостроение. ЦНИИМаш, 1999. № 16. С. 132–137.
42. Афанасьев Е. В., Балобан В. И., Бобышев С. В., Добросердов И. Л. Структурно-элементный метод расчета газоструйных процессов. Матем. Моделирование. 1998. Т. 10, № 1. С. 31–43.
43. Липман Г., Рошко А. Элементы газовой динамики. М.: ИЛ, 1960. 352 с.
44. Зазимко В. А., Ключков А. В. Метод расчета сверхзвуковых струйных течений. Межвузовский сборник: Динамика неоднородных и сжимаемых сред. Л.: Изд. ЛГУ, 1984. С. 136–147.
45. Бобышев С. В., Добросердов И. Л. Идентификационное моделирование процессов на неизобарическом участке струи. Моделирование в механике. Новосибирск, 1987. Т. 1(18), № 6. С. 3–13. <https://doi.org/10.1177/0037550087181002>
46. Дулов В. Г., Лукьянов Г. А. Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука, 1984. 223 с.
47. Lengrand J. C., Allegre J., Raffin M. Rocket exhaust plums issued from scarfed nozzles. 17-th Int. Simp. on Rarefied gas Dynamics. 1990. P. 947–954.
48. Koppenwallner G. Low density aerodynamics of satellites. 13-th Int. Symposium on Rarefied gas Dynamics. 1982. V. 1. P. 385–399.
49. Allegre J., Raffin M., Lengrand J. C. Experimental study of the plum impingement problem associated with rocket stage separation. J. Spacecraft. 1986. V. 23, N 4. P. 368–372. <https://doi.org/10.2514/3.25814>
50. Басс В. П., Печерица Л. Л. Расчет газодинамических параметров в поле нерасчетной струи при наличии преград различной формы. Космическая наука и техника. Киев: Наук. думка, 1992. Вып. 6. С. 8–13.
51. Печерица Л. Л. Исследование полей течений нерасчетных струй и их взаимодействие с поверхностями космических аппаратов. Техн. механика. 1997. Вып. 6. С. 91–94.
52. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flow. Oxford: Clarendon Press, 1994. 458 p.
53. Басс В. П., Печерица Л. Л. Численное решение трехмерных задач динамики разреженного газа. Техническая механика. 2010. № 2. С. 38–51.
54. Yen S. M. Numerical solution of the nonlinear Boltzmann equation for nonequilibrium gas flow problems. Annual Review of Fluid Mechanics. 1984. V.16. P. 67–97. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.16.010184.000435>
55. Шахов Е. М. Численные методы в динамике разреженного газа. Динамика разреженных газов и молекулярная газовая динамика. Тр. МАИ, 1988. С. 185–209.
56. Мальцев Р. В. Усовершенствованный метод прямого статистического моделирования для решения современных задач динамики разреженных газов. Москва, 1996. 125 с.
57. Берд Г. Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 319 с.
58. Иванов М. С., Розазинский С. В. Метод прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа. Новосибирск: Изд. ВЦ СО АН СССР, 1988. С. 117
59. Иванов М. С., Розазинский С. В. Экономичные схемы статистического моделирования течений разреженного газа. Матем. моделирование. 1989. Т. 1, № 7. С. 130–145.
60. Wagner W. A convergence proof for Bird's direct simulation Monte Carlo method for the Boltzmann equation. Journal of Statistical Physics, 1992. V. 66, is. 3–4. P. 1011–1044. <https://doi.org/10.1007/BF01055714>
61. Ведяшкина К. А., Левина З. Ф., Ломнев С. П., Прудковский Г. П., Расстончина Т. В., Рубен Г. В., Юрченко В. В. Решение задач методом «крупных частиц». Москва: ВЦ АН СССР, 1970. 70 с.
62. Haviland I. K., Lavin M. L. Application of the Monte-Carlo method to heat transfer in a rarefied gas. Phys. Fluids. 1962. Vol. 5, N 11. P. 1399–1405. <https://doi.org/10.1063/1.1706536>
63. Хэвилленд Дж. К. Решение двух задач о молекулярном течении методом Монте-Карло. Вычислительные методы в динамике разреженных газов. М.: Мир, 1969. С. 7–115.
64. Печерица Л. Л., Палий А. С. Применение метода пробных частиц к аэродинамическому расчету КА. Техническая механика. 2017. № 3. С. 53–63. <https://doi.org/10.15407/itm2017.03.053>
65. Печерица Л. Л., Сміла Т. Г. Вплив пропорцій орбітальних об'єктів простої форми на їхні аеродинамічні характеристики. Космічна наука і технологія. 2021. 27, № 2 (129). С. 3–14. <https://doi.org/10.15407/knit2021.02.003>
66. Басс В. П., Печерица Л. Л. К расчету свободномолекулярных полей течений. Техническая механика. 2008. № 1. С. 73–82.
67. Басс В. П., Печерица Л. Л. Верификация методов и алгоритмов решения задач аэродинамики переходной области. Техническая механика. 2007. № 1. С. 49–61.
68. Печерица Л. Л., Смелая Т. Г. Применение статистического метода пробных частиц в газовой динамике. Проблемы вычислительно й механики и прочности конструкций: сб. науч. трудов. Днепр: Лира, 2018. Вып. 28, № 2. С. 142–155.
69. Печерица Л. Л., Смелая Т. Г. Оптимизация сеточной структуры при использовании статистического метода пробных частиц в задачах разреженной газовой динамики. Космічна наука і технологія. 2020. Т. 26, № 1 (122), С. 48–58. <https://doi.org/10.15407/knit2020.01.048>
70. Печерица Л. Л. Параллельный алгоритм метода пробных частиц для решения задач молекулярной газовой динамики. Техническая механика. 2013. № 1. С. 32–44.
71. Печерица Л. Л. Численные исследования параллелизации метода пробных частиц по статистически независимым испытаниям. Техническая механика. 2015. № 2. С. 100–109.
72. Краснов И. К., Мозжорина Т. Ю., Джус Д. В. Численное статистическое моделирование процесса обтекания летательных аппаратов потоком разреженного газа. Математическое моделирование и численные методы. 2017. №3 (15). С. 71–82.

73. Печерица Л. Л., Смелая Т. Г. Численное моделирование осесимметричного обтекания тел простой формы с использованием иерархических сеток. Техническая механика. 2016. № 1. С. 95–102.
74. Печерица Л. Л., Смелая Т. Г. Численное моделирование осесимметричного обтекания протяженного составного тела методом пробных частиц с использованием иерархических сеток. Техническая механика. 2016. № 2. С. 64–70.

Отримано 04.04.2022,
в остаточному варіанті 09.06.2022