УДК 629.7.064.3

С. И. ДОЛГОПОЛОВ, А. Д. НИКОЛАЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ДИНАМИКИ РЕГУЛЯТОРА РАСХОДА ЖИДКОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ АМПЛИТУДАХ ГАРМОНИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: dolmrut@gmail.com

Одной из важных задач математического моделирования низкочастотных динамических процессов в регуляторе расхода жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) является построение его линейной математической модели. Эта модель входит в состав математической модели ЖРД в целом и используется для анализа низкочастотной динамики ЖРД и продольной устойчивости жидкостной ракеты. Целью данной работы является разработка методического подхода к построению линейной математической модели регулятора расхода ЖРД при различных (немалых) величинах амплитуд гармонических колебаний давления на его входе. Этот подход включает: численное определение эквивалентных (построенных по первым амплитудам колебаний гармонического анализа) частотных характеристик регулятора расхода по нелинейной модели при различных амплитудах давления на входе в регулятор; составление уравнений линейной модели, включающей коэффициенты, зависящие от гидравлических потерь давления в полостях регулятора и зависимости силы сухого трения от перемещения золотника; определение значений этих коэффициентов из условия согласования частотных характеристик, полученных по нелинейной и линейной моделям низкочастотной динамики гидравлической системы, включающей регулятор расхода. На основе предложенного методического подхода определены частотные характеристики (коэффициент усиления регулятора расхода по давлению и импеданс на входе в регулятор расхода) регулятора расхода прямого действия типичной конструкции. Результаты проведенных исследований могут быть использованы для анализа низкочастотной динамики ЖРД и обеспечения продольной устойчивости жидкостных ракет.

Однією з важливих задач математичного моделювання низькочастотних динамічних процесів у регуляторі витрати рідинного ракетного двигуна (РРД) є побудова його лінійної математичної моделі. Ця модель входить до складу математичної моделі РРД у цілому й використовується для аналізу низькочастотної динаміки РРД і поздовжньої стійкості рідинної ракети. Метою даної роботи є розробка методичного підходу до побудови лінійної математичної моделі регулятора витрати РРД при різних (чималих) величинах амплітуд гармонійних коливань тиску на його вході. Цей підхід включає: числове визначення еквівалентних (побудованих по перших амплітудах коливань гармонійного аналізу) частотних характеристик регулятора витрати по нелінійній моделі при різних амплітудах тиску на вході в регулятор; складання рівнянь лінійної моделі, що включає коефіцієнти, які залежать від гідравлічних втрат тиску в порожнинах регулятора й залежності сили сухого тертя від переміщення золотника; визначення значень цих коефіцієнтів з умови узгодження частотних характеристик, отриманих по нелінійній і лінійній моделях низькочастотної динаміки гідравлічної системи, що включає регулятор витрати. На основі запропонованого методичного підходу визначені частотні характеристики (коефіцієнт підсилення регулятора витрати по тиску й імпеданс на вході в регулятор витрати) регулятора витрати прямої дії типової конструкції. Результати проведених досліджень можуть бути використані для аналізу низькочастотної динаміки РРД і забезпечення поздовжньої стійкості рідинних ракет.

A primary problem of mathematical modelling the low-frequency dynamic processes into a flow controller of a liquid rocket engine (LRE) is the construction of its linear mathematical model. This model forms a part of the LRE mathematical model as a whole and is used to analyze the LRE low-frequency dynamics and the longitudinal stability of a liquid rocket. The work objective is to develop a methodic approach to the construction of a linear mathematical model of the LRE flow controller at various (considerable) values of amplitudes of harmonic pressure fluctuations at its inlet. This approach consists of a numerical determination of equivalent (constructed on the first amplitudes of oscillation of a harmonic analysis) frequency characteristics of the flow controller using a nonlinear model with various amplitudes of pressure at the flow controller inlet; the formation of the equations of the linear model with the coefficients depending on nonlinear relations of hydraulic losses in pressure in cavities of the flow controller, and the dependence of the dry friction force on displacements of a slide valve; the determination of values of these coefficients from correlation of the frequency characteristics derived from linear and linear models of the low-frequency dynamics of a hydraulic system including the flow controller. Based on the methodic approach proposed, the frequency characteristics (the gain coefficient of the flow controller on pressure and impedance at inlet of the flow controller) of the standard flow direct-action controller are determined. The results obtained can be used to analyze the LRE low-frequency dynamics and to assure the longitudinal stability of liquid rockets.

Ключевые слова: *жидкостной ракетный двигатель, регулятор расхода прямого действия, математическое моделирование, низкочастотная дина-*

мика, нелинейные зависимости, сила сухого трения, коэффициент усиления, входной гидравлический импеданс.

Введение. Применение регуляторов в современных жидкостных ракетных двигателях (ЖРД) позволяет повысить точность задания и поддержания их режимных параметров с 7 – 15 % до 1,5 – 3 %, что позволяет увеличить массу полезной нагрузки и повысить точность выведения космических аппаратов [1]. Кроме того, применение регуляторов дает возможность повысить быстродействие системы управления по тяге и ограничить отклонения параметров двигателей на переходных режимах.

Регулятор расхода жидкости – один из основных агрегатов любой схемы ЖРД. В составе системы управления двигателя регулятор расхода выполняет две функции: программное изменение расхода и автоматическое поддержание его уровня с заданной точностью. В современных ЖРД нашли широкое применение регуляторы расхода прямого действия [1 – 6]. Как исполнительный орган системы управления тягой двигателя они используются для поддержания или же для контролируемого изменения расхода современных многорежимных двигателей РД253, РД120, РД170, РД180, РД191 [6].

В процессе проектирования регулятора расхода необходимо обеспечить устойчивую работу ЖРД в требуемом диапазоне его режимных параметров. Одной из важных задач математического моделирования низкочастотной динамики регулятора расхода ЖРД при решении актуальных вопросов его проектирования является определение не только его частотных характеристик [1, 2], но и частотных характеристик ЖРД в целом, необходимых при анализе низкочастотной динамики ЖРД и продольной устойчивости жидкостной ракеты [7, 8].

Построению математической модели регулятора расхода ЖРД и исследованию его статических и динамических характеристик посвящен ряд работ [1 – 6]. В этих работах на основе результатов математического моделирования низкочастотных процессов в гидравлической системе с регулятором расхода получены аналитические выражения для определения основных статических и динамических характеристик регуляторов расхода [1, 2, 5], показано влияние конструктивных параметров регулятора на область его устойчивой работы [6]. Механизм появления автоколебательных режимов в гидравлической системе с регулятором расхода, а также пути устранения неустойчивости ЖРД представлены в работах [1, 2, 3].

Представленные в этих работах модели низкочастотной динамики регулятора расхода являются нелинейными. Они включают в себя нелинейные зависимости потерь давления на жиклерах регулятора от расхода и нелинейную зависимость силы сухого трения от перемещения золотника. Частотные характеристики, рассчитанные на основе линейной модели низкочастотной динамики регулятора расхода [1, 6], получены при малых амплитудах вынужденных колебаний, при которых влияние указанных нелинейных зависимостей не проявляется. При немалых амплитудах колебаний как аналог частотных характеристик в теории управления используется понятие о комплексном коэффициенте усиления нелинейного звена [9].

Целью данной работы является разработка методического подхода к построению линейной математической модели регулятора расхода ЖРД при различных (немалых) величинах амплитуд гармонических колебаний давления на входе в регулятор.

1. Нелинейная математическая модель. Математическая модель низкочастотных динамических процессов в типичном регуляторе расхода ЖРД [1, 2, 5] разработана при следующих основных допущениях: жидкость несжимаема, утечки жидкости через зазоры между трущимися поверхностями пренебрежимо малы, не учитывается инерция жидкости в окнах дросселя и золотника регулятора. Расчетная схема такого регулятора расхода представлена на рисунке 1, где 1 – дроссель регулятора; 2 – пружина; 3 – золотник; 4 – направляющая; 5 – привод дросселя.

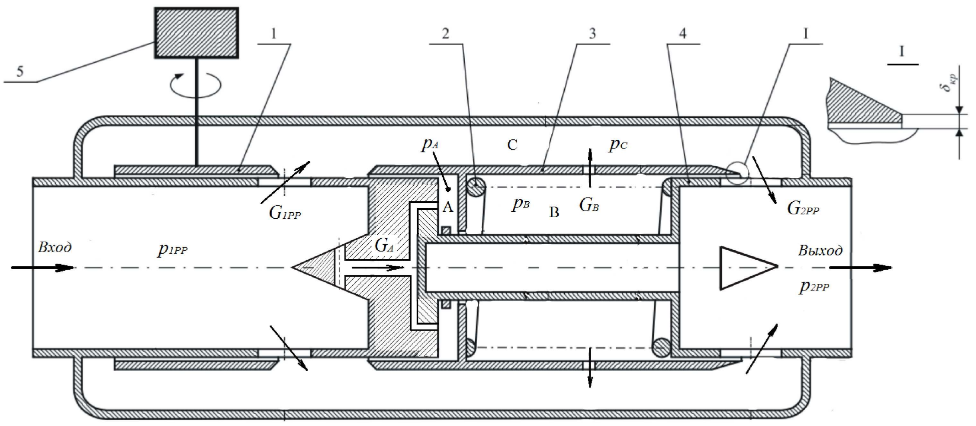


Рис. 1

Математическая модель низкочастотных динамических процессов в регуляторе расхода ЖРД включает следующие уравнения:

– уравнение движения подвижных частей регулятора расхода

$$m_{П} \frac{d^2x}{dt^2} + F_{ТР}(x) + k_{ПР}x = F_{П}(p_A - p_B) - R^{O}_{ПР} + R_{ГД}\,, \tag{1}$$

где $m_{П}$ – масса подвижных частей регулятора расхода; x – перемещение золотника регулятора расхода (отклонение от его положения статического равновесия); $F_{ТР}(x)$ – сила сухого трения; $k_{ПР}$ – коэффициент жесткости пружины; $F_{П}$ – площадь поперечного сечения золотника; p_A, p_B – давления жидкости в полостях A и B; $R^{O}_{ПР}$ – начальная затяжка пружины регулятора расхода; $R_{ГД}$ – гидродинамическая сила;

– уравнение движения жидкости на участке от входа в регулятор расхода до места расположения демпфирующих отверстий в золотнике

$$p_{1PP} = p_C + a_{1PP}G^2_{1PP} + J_{1PP}\frac{dG_{1PP}}{dt}\,, \tag{2}$$

где p_{1PP} – давление жидкости на входе в регулятор расхода; G_{1PP} – расход жидкости через дроссель регулятора расхода; a_{1PP}, J_{1PP} – коэффициенты гидравлического и инерционного сопротивления указанного участка гидравлического тракта регулятора

$$a_{1PP} = \frac{1}{2g\gamma_Г} \frac{1}{(\mu_1 F_1)^2}, \qquad (3)$$

где $\gamma_Г$ – удельный вес жидкости; μ_1 – коэффициент расхода через окна дросселя; F_1 – площадь окон дросселя регулятора;

– уравнение баланса расходов в месте расположения демпфирующих отверстий в золотнике

$$C_C \frac{dp_C}{dt} = G_{1PP} + G_B - G_{2PP}, \qquad (4)$$

где C_C – податливость жидкости в полости С регулятора расхода; G_B – расход жидкости через демпфирующие отверстия в золотнике; G_{2PP} – расход жидкости через окна золотника регулятора расхода;

– уравнение движения жидкости на участке от места расположения демпфирующих отверстий в золотнике до выхода из регулятора расхода

$$p_C = p_{2PP} + a_{2PP}(x) G_{2PP}^2 + J_{2PP} \frac{dG_{2PP}}{dt}, \qquad (5)$$

где $a_{2PP}(x)$, J_{2PP} – коэффициенты гидравлического и инерционного сопротивления указанного участка гидравлического тракта регулятора

$$a_{2PP}(x) = \frac{1}{2g\gamma_Г} \frac{1}{(\mu_2 F_2(x))^2}, \qquad (6)$$

где μ_2 – коэффициент расхода золотниковых отверстий; $F_2(x)$ – площадь окон золотника;

– уравнение движения жидкости на участке от входа в регулятор расхода до полости А

$$p_{1PP} = p_A + a_A G_A^2 + J_A \frac{dG_A}{dt}, \qquad (7)$$

где a_A, J_A – коэффициенты гидравлического и инерционного сопротивления указанного участка гидравлического тракта регулятора

$$a_A = \frac{1}{2g\gamma_Г} \frac{1}{F_A{}^2}, \qquad G_A = \gamma_Г F_П \frac{dx}{dt}, \qquad (8)$$

где F_A – минимальная площадь проходного сечения указанного участка тракта;

– уравнение движения жидкости через демпфирующие отверстия в золотнике

$$p_B = p_C + a_B G_B^2, \qquad (9)$$

где a_B – коэффициент гидравлического сопротивления демпфирующих отверстий в золотнике

$$a_B = \frac{1}{2g\gamma_Г} \frac{1}{(\mu_B F_B)^2}, \qquad G_B = \gamma_Г F_П \frac{dx}{dt}, \tag{10}$$

где μ_B – коэффициент расхода через демпфирующие отверстия в золотнике; F_B – площадь демпфирующих отверстий в золотнике.

Для определения силы сухого трения при колебательных процессах в регуляторе расхода использована типичная для механических систем зависимость силы трения от перемещения, предложенная в работе [10],

$$F_{ТР}(x) = \bar{F}_{ТР} \, \mathrm{th}\left(\frac{\dot{x}}{\omega \, \Delta x}\right), \tag{11}$$

где $\bar{F}_{ТР}$ – максимальная сила сухого трения; ω – угловая частота колебаний; Δx – коэффициент полноты рабочей диаграммы.

Для определения гидродинамической силы $R_{ГД}$ использовалось выражение (см., например, [5])

$$R_{ГД} = (p_C - p_{2PP}) \delta_{KP} \, l_Z(x) \, k_{ГД}, \tag{12}$$

где p_C, p_{2PP} – давление жидкости в месте расположения демпфирующих отверстий в золотнике (использована терминология [6]) и на выходе из регулятора расхода; δ_{KP} – толщина кромки золотника; $l_Z(x)$ – суммарная длина кромок окон золотника; $k_{ГД}$ – эмпирический коэффициент.

Для определения комплексного коэффициента усиления регулятора и импеданса на основе нелинейной математической модели (1) – (12) гармонические колебания давления жидкости на входе в регулятор расхода заданы следующим образом:

$$p_{1PP} = \bar{p}_{1PP} + \Delta p_{1PP} \sin(\omega t), \tag{13}$$

где $\bar{p}_{1PP}$, Δp_{1PP} – установившиеся давление жидкости и амплитуда колебаний давления на входе в регулятор расхода.

Нагрузка на выходе из регулятора расхода описывалась в виде уравнения движения жидкости на участке от выхода из регулятора расхода до газовой полости постоянного давления

$$p_{2PP} = \bar{p}'_{2PP} + a'_{2PP} G^2_{2PP} + J'_{2PP} \frac{dG_{2PP}}{dt}, \tag{14}$$

где $\bar{p}'_{2PP}$ – давление в газовой полости на выходе из регулятора расхода; a'_{2PP}, J'_{2PP} – коэффициенты гидравлического и инерционного сопротивления трубопровода, расположенного на выходе регулятора расхода.

Путем исключения из уравнений (1) – (14) динамических членов можно получить систему алгебраических уравнений для расчета статической характеристики регулятора расхода. В параметрическом виде (параметр x) статическая характеристика регулятора расхода $G_{PP} = G_{PP}(\Delta p_{PP})$ может быть представлена в виде следующих соотношений:

$$G_{PP}^2 = \frac{2g\gamma_{\Gamma}\left(R_{\Pi P}^{O} + k_{\Pi P}\,x\right)}{\dfrac{F_{\Pi}}{\left(\mu_1 F_1\right)^2} + \dfrac{\delta_{KP}\, l_Z(x)\, k_{\Gamma Д}}{\left(\mu_2 F_2(x)\right)^2}}, \qquad (15)$$

$$\Delta p_{PP} = G_{PP}\,\frac{1}{2g\gamma_{\Gamma}}\left(\frac{1}{\left(\mu_1 F_1\right)^2} + \frac{1}{\left(\mu_2 F_2(x)\right)^2}\right). \qquad (16)$$

С помощью соотношений (15) и (16) может быть построена статическая характеристика регулятора расхода и определен его статизм.

2. Методический подход к построению линейной математической модели регулятора расхода ЖРД при различных амплитудах давления на входе в регулятор расхода ЖРД. Представленная нелинейная математическая модель низкочастотных динамических процессов в типичном регуляторе расхода ЖРД (1) – (14) включает три нелинейные зависимости. К этим нелинейным зависимостям относятся зависимость от расхода гидравлических потерь давления на участке от входа в регулятор расхода до полости А $\Delta p = a_A G_A^2$, зависимость от расхода гидравлических потерь на демпфирующих отверстиях золотника $\Delta p = a_B G_B^2$ и зависимость силы сухого трения от перемещения золотника $F_{TP}(x)$. Однако использование метода гармонической линеаризации для линеаризации сразу трех нелинейностей приводит к громоздким, сложным расчетам [11, 12].

В данной работе предлагается следующий методический подход к построению линейной математической модели регулятора расхода ЖРД при различных амплитудах давления на входе в регулятор расхода на основе нелинейной модели (1) – (14) (с учетом указанных нелинейностей). Реализация подхода включает в себя несколько этапов.

1. По представленной выше нелинейной математической модели низкочастотных динамических процессов в регуляторе расхода проводится численное определение эквивалентных (построенных по первым амплитудам колебаний гармонического анализа) частотных характеристик регулятора расхода (например, коэффициента усиления регулятора расхода по давлению и импеданса на входе в регулятор расхода) при различных амплитудах давления на входе в регулятор.

2. Далее путем линеаризации уравнений нелинейной модели определяются уравнения линейной модели, включающие неизвестные коэффициенты, которые зависят от указанных выше нелинейных зависимостей.

Уравнения линейной математической модели низкочастотных динамических процессов в регуляторе расхода, полученные в соответствии с изложенным выше методическим подходом, имеют следующий вид:

$$\left(m_{\Pi}(j\omega)^2 + \frac{\partial F_{TP}}{\partial x} + k_{\Pi P} - \frac{\partial R_{\Gamma Д}}{\partial x}\right)\delta\bar{x} = F_{\Pi}\left(\delta\bar{p}_A - \delta\bar{p}_B\right) + A_p\left(\delta\bar{p}_C - \delta\bar{p}_{2PP}\right), \qquad (17)$$

$$\delta\bar{p}_{1PP} = \delta\bar{p}_C + \left(R_{1PP} + j\omega\, J_{1PP}\right)\delta\bar{G}_{1PP}, \qquad (18)$$

$$C_C\, j\omega\,\delta\bar{p}_C = \delta\bar{G}_{1PP} + \delta\bar{G}_B - \delta\bar{G}_{2PP}, \qquad (19)$$

$$\delta \bar{p}_C = \delta \bar{p}_{2PP} + \left(R_{2PP} + j\omega J_{2PP}\right) \delta \bar{G}_{2PP} + A_X \delta \bar{x} \,, \qquad (20)$$

$$\delta \bar{p}_{1PP} = \delta \bar{p}_A + \left(R_A\left(\Delta p_{1PP}\right) + j\omega J_A\right) \delta \bar{G}_A \,, \qquad (21)$$

$$\delta \bar{G}_A = \gamma_Г \, F_П \; j\omega \delta \bar{x} \,, \qquad (22)$$

$$\delta \bar{p}_B = \delta \bar{p}_C + R_B\left(\Delta p_{1PP}\right) \delta \bar{G}_B \,, \qquad (23)$$

$$\delta \bar{G}_B = \gamma_Г \, F_П \; j\omega \; \delta \bar{x} \,, \qquad (24)$$

$$\delta \bar{p}_{2PP} - \delta \bar{p}_{ГГ} - \left(R_{ГГГ} + j\omega J_{ГГГ}\right) \delta \bar{G}_{2PP} = 0 \,, \qquad (25)$$

где δ указывает на линейное отклонение следующего за ним параметра от его номинального значения;

$$\frac{\partial R_{ГД}}{\partial x} = \left(\bar{p}_C - \bar{p}_{2PP}\right) \delta_{KP} \; k_{ГД} \; \frac{\partial l_Z(x)}{\partial x} \,;$$

$$A_p = \delta_{KP} \, l_Z(x) \, k_{ГД} \,; \qquad A_X = -\frac{1}{2g\gamma_Г} \left(\frac{\bar{G}_{2PP}}{\mu_2}\right)^2 \frac{2}{F_2^3(x)} \frac{\partial F_2}{\partial x} \,;$$

учет силы сухого трения в комплексной форме производится в соответствии с выражением [9]

$$\frac{\partial F_{TP}}{\partial x} = \frac{\bar{F}_{TP}}{x_M} \left(1 + j\,\frac{2}{\pi}\right);$$

где x_M – характерная амплитуда движения золотника, в общем случае представляющая собой функцию от амплитуды давления на входе в регулятор расхода Δp_{1PP};

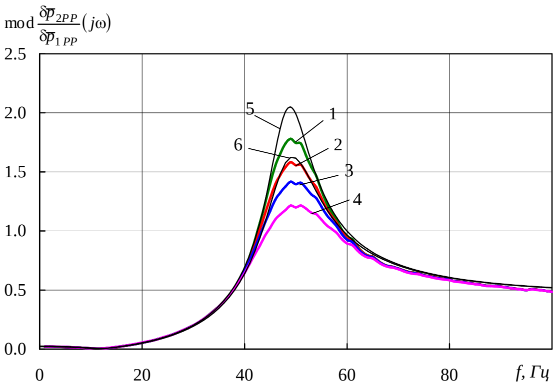
R_{1PP}, R_{2PP}, $R_A\left(\Delta p_{1PP}\right)$ и $R_B\left(\Delta p_{1PP}\right)$ – коэффициенты линеаризованных гидравлических сопротивлений:

$$R_{1PP} = 2\, a_{1PP}\, \bar{G}_{1PP} \,, \quad R_{2PP} = 2\, a_{2PP}\, \bar{G}_{2PP} \,.$$

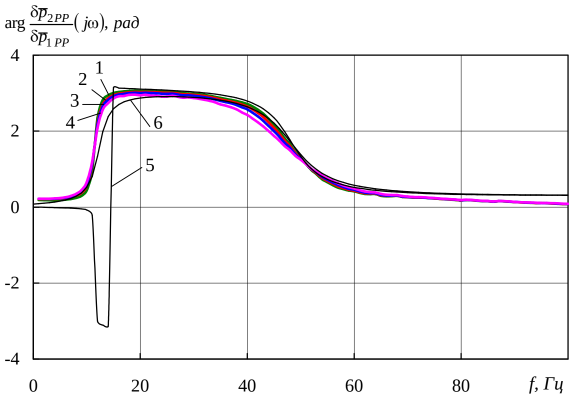
Здесь для учета нелинейностей гидравлических потерь давления на участке от входа в регулятор расхода до полости А $\Delta p = a_A G_A^2$, гидравлических потерь на демпфирующих отверстиях золотника $\Delta p = a_B G_B^2$ и зависимости силы сухого трения от перемещения золотника $F_{TP}(x)$ предложено использовать эквивалентные коэффициенты линеаризованных гидравлических сопротивлений $R_A\left(\Delta p_{1PP}\right)$, $R_B\left(\Delta p_{1PP}\right)$ и характерную амплитуду движения золотника x_M.

3. Значения коэффициентов $R_A\left(\Delta p_{1PP}\right)$, $R_B\left(\Delta p_{1PP}\right)$ и x_M определяются из условия согласования частотных характеристик регулятора расхода, полученных по нелинейной (1) – (14) и линейной (17) – (25) моделям.

В результате формируется система уравнений (17) – (25), на основе которой может быть проведен анализ низкочастотной динамики ЖРД и продольной устойчивости жидкостных ракет при различных величинах амплитуд колебаний давления жидкого топлива на входе в регулятор.



а)



б)

Рис. 2

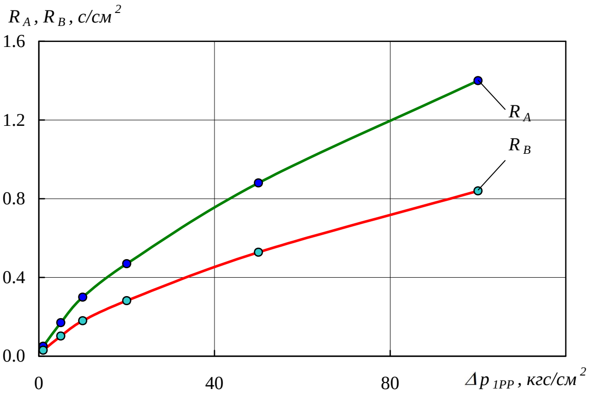


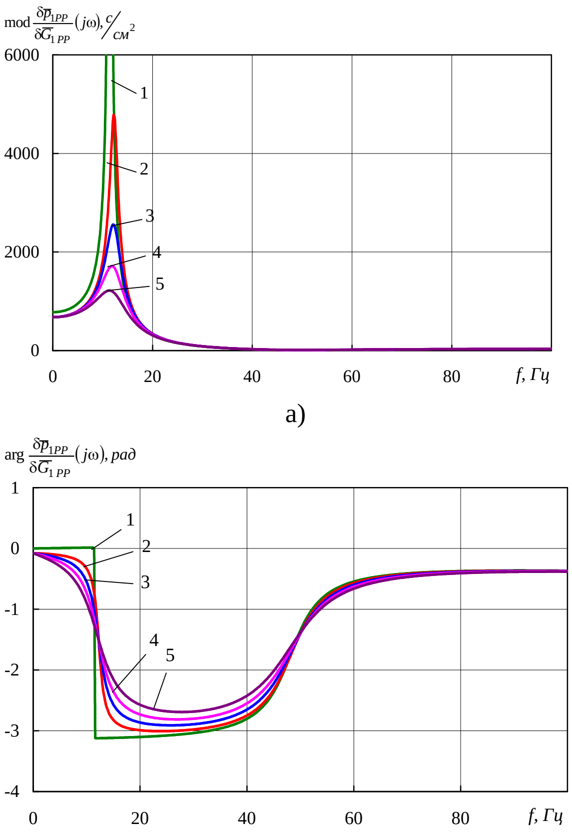
Рис. 3

3. Пример определения частотных характеристик регулятора расхода. Продемонстрируем работоспособность предложенного методического подхода на примере определения частотных характеристик типичного регулятора расхода прямого действия [5] с номинальной величиной весового расхода ~ 10 кгс/с. На рис. 2 представлены результаты численного определения коэффициента усиления рассматриваемого регулятора расхода по его нелинейной математической модели (1) – (14) в диапазоне вынужденных амплитуд колебаний давления жидкости на входе в регулятор расхода Δp_{1PP} =1 – 20 кгс/см^2 (1 – Δp_{1PP} =1 кгс/см^2; 2 – 5 кгс/см^2; 3 – 10 кгс/см^2; 4 – 20 кгс/см^2). Анализ этих результатов расчетов показывает, что амплитуда колебаний давления Δp_{1PP} оказывает существенное влияние на коэффициент усиления, особенно в частотном диапазоне, который охватывает собственную частоту колебаний гидравлической системы с регулятором расхода (50 Гц). Эта зависимость коэффициента усиления от амплитуды колебаний давления Δp_{1PP} обусловлена влиянием указанных нелинейных зависимостей $\Delta p = a_A G_A^2$, $\Delta p = a_B G_B^2$ и $F_{TP}(x)$. При неучете рассматриваемых нелинейных зависимостей коэффициент усиления регулятора расхода не зависит от амплитуды колебаний давления Δp_{1PP} .

На рис. 2 также представлены результаты расчета коэффициента усиления регулятора расхода по его линейной математической модели (17) – (25) без учета рассматриваемых нелинейностей (гидравлических потерь давления и силы сухого трения, кривая 5) и при Δp_{1PP} = 5 кгс/см^2 (кривая 6). Из графика рисунка 2 видно, что учет силы сухого трения приводит к качественному изменению фазы коэффициента усиления регулятора расхода в частотном диапазоне от 0 до 14 Гц.

При Δp_{1PP} = 5 кгс/см^2 для построения коэффициента усиления регулятора расхода по его линейной математической модели использовались значения коэффициентов R_A =0,17 с/см^2, R_B = 0,102 с/см^2 и x_M = 0,2 см, при которых достигается удовлетворительное согласование коэффициентов усиления регулятора расхода, полученных по нелинейной (1) – (14) и линейной (17) – (25) моделям.

На рис. 3 представлены зависимости эквивалентных коэффициентов линеаризованных гидравлических сопротивлений $R_A(\Delta p_{1PP})$ и $R_B(\Delta p_{1PP})$ от амплитуд колебаний давления жидкости на входе в регулятор расхода Δp_{1PP}, значения которых, как и следовало ожидать, увеличиваются при возрастании Δp_{1PP}. Характерную амплитуду движения золотника x_M, в первом приближении, можно считать не зависящей от Δp_{1PP}.



а)

б)

Рис. 4

Линейная математическая модель (17) – (25) с учетом эквивалентных коэффициентов R_A, R_B и x_M может быть использована для расчета частотных характеристик регулятора расхода и, в конечном счете, для анализа низкочастотной динамики ЖРД и продольной устойчивости жидкостных ракет [7, 8].

Так, на рис. 4 представлена другая важная частотная характеристика регулятора расхода – импеданс на входе в регулятор расхода, полученный по линейной математической модели (17) – (25) при различных амплитудах колебаний давления на входе в регулятор расхода Δp_{1PP} (1 – Δp_{1PP} = 0; 2 – 1 кгс/см^2; 3 – 5 кгс/см^2; 4 – 10 кгс/см^2; 5 – 20 кгс/см^2). Максимум модуля импеданса в частотном диапазоне 11 – 12,5 Гц соответствует минимуму коэффициента усиления. Следует отметить, что значение импеданса работающего регулятора расхода (679 с/см^2) на частоте колебаний, близкой к нулю, в 15,8 раза превышает значение импеданса неработающего (неподвижный золотник) регулятора расхода. Это следует из аналитической формулы для импеданса регулятора расхода на нулевой частоте колебаний, которая имеет следующий вид:

$$\frac{\delta \bar{p}_{1PP}}{\delta \bar{G}_{1PP}} = \frac{R_{1PP} + R_{2PP} + R'_{2PP} + \dfrac{A_X}{X}\left(F_{П}\, R_1 - A_P\left(R_{1PP} + R_{2PP}\right)\right)}{1 - \dfrac{A_X\ A_P}{X}},$$

где $X = \dfrac{\partial F_{TP}}{\partial x} + k_{ПР} - \dfrac{\partial R_{ГД}}{\partial x}$.

Данная формула может быть использована при составлении упрощенной математической модели регулятора расхода, справедливой в малом частотном диапазоне.

Выводы. Предложен методический подход к построению линейной математической модели регулятора расхода ЖРД при различных величинах амплитуд гармонических колебаний давления на входе в регулятор. Этот подход включает:

– численное определение эквивалентных частотных характеристик регулятора расхода по нелинейной модели при различных амплитудах давления на входе в регулятор;

– составление уравнений линейной модели, включающей неизвестные коэффициенты, зависящие от нелинейных зависимостей от расхода гидравлических потерь давления в полостях регулятора и зависимости силы сухого трения от перемещения золотника;

– определение значений этих коэффициентов из условия согласования частотных характеристик, полученных по нелинейной и линейной моделям низкочастотной динамики гидравлической системы, включающей регулятор расхода.

На основе предложенного методического подхода определены частотные характеристики (коэффициент усиления регулятора расхода по давлению и импеданс на входе в регулятор расхода) регулятора расхода прямого действия типичной конструкции. Показано, что амплитуда колебаний давления на входе в регулятор расхода оказывает заметное влияние на частотные характеристики в частотном диапазоне, который охватывает собственную частоту колебаний гидравлической системы с регулятором расхода.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при анализе низкочастотной динамики ЖРД и продольной устойчивости жидкостных ракет.

1. *Шевяков А. А., Калнин В. М., Науменкова М. В., Дятлов В. Г.* Теория автоматического управления ракетными двигателями. М.: Машиностроение, 1978. 288 с.
2. *Гликман Б. Ф.* Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1974. 396 с.
3. *Беляев Е. Н., Чванов В. К., Черваков В. В.* Математическое моделирование рабочего процесса жидкостных ракетных двигателей. М. : МАИ, 1999. 228 с.
4. *Беляев Е. Н., Черваков В. В.* Математическое моделирование ЖРД. М. : МАИ-ПРИНТ, 2009. 280 с.
5. *Лебединский Е. В., Зайцев Б. В., Соболев А. А.* Многоуровневое математическое моделирование регулятора расхода для ЖРД. Сайт ГНЦ ФГУП «Центр Келдыша». 2011. С. 10.
6. *Беляев Е. Н., Коломенцев А. И., Насименто Л. Б., Назаров В. П.* Влияние конструктивных параметров регулятора расхода на его статические и динамические характеристики. Вестник СибГАУ. 2014. №1 (53). С. 109 – 113.
7. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Николаев А. Д., Долгополов С. И., Хоряк Н. В., Серенко В. А.* Теоретическое определение динамических нагрузок (продольных виброускорений) на конструкцию жидкост-

ной ракеты РС–20 на активном участке траектории ее полета. Техническая механика. 2000. № 1. С. 3 – 18.
8. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты. М.: Машиностроение, 1977. 208 с.
9. *Нетушил А. В., Балтрушевич А. В., Бурляев В. В., Кузин Р. Е., Алексанровский Н. М.* Теория автоматического управления: нелинейные системы, управления при случайных воздействиях. М.: Высшая школа, 1983. 432 с.
10. *Пилипенко М. В.* Разработка математической модели автономной пневматической подвески сидения водителя транспортного средства с прямым включением виброзащитного модуля. Техническая механика. 2008. № 1. С. 38 – 49.
11. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М. : Наука, 1972. 708 с.
12. *Новогранов Б. Н.* Расчет частотных характеристик нелинейных автоматических систем. М. : Машиностроение, 1986. 200 с.

Получено 15.02.2017,
в окончательном варианте 13.03.2017