УДК 629.5

С. В. ХОРОШИЛОВ

СИНТЕЗ РОБАСТНОГО РЕГУЛЯТОРА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ «ПАСТУХА С ИОННЫМ ЛУЧОМ»

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: skh@ukr.net

Целью работы является синтез регулятора для управления движением «пастуха с ионным лучом» относительно объекта космического мусора в процессе его бесконтактного увода. Предполагается, что в составе системы управления имеются датчики, позволяющие измерять положение «пастуха» относительно космического мусора. В качестве исполнительных органов системы управления использованы гидразиновые реактивные двигатели с широтно-импульсным модулятором тяги. С использованием метода смешанной чувствительности синтезирован робастный регулятор, который обеспечивает необходимый компромисс между робастной устойчивостью, качеством и затратами на управление с учетом особенностей воздействий, передаваемых ионным лучом, внешних возмущений, неточности определения относительного положения, а также неидеальности реактивных исполнительных органов. Требования к синтезируемому регулятору заданы в частотной области с помощью выбранных весовых функций. Результаты синтеза подтверждены путем компьютерного моделирования с использованием нелинейной математической модели, учитывающей широкий спектр орбитальных возмущений, действующих на систему.

Метою роботи є синтез регулятора для керування рухом «пастуха з іонним променем» відносно об’єкта космічного сміття в процесі його безконтактного відведення. Передбачається, що в складі системи керування є датчики, що дозволяють вимірювати положення «пастуха» відносно космічного сміття. Як виконавчі органи системи керування використані гідразинові реактивні двигуни з широтно-імпульсним модулятором тяги. З використанням методу змішаної чутливості синтезовано робастний регулятор, який забезпечує необхідний компроміс між робастною стійкістю, якістю та витратами на керування з урахуванням особливостей впливів, переданих іонним променем, зовнішніх збурень, неточності визначення відносного положення, а також неідеальності реактивних виконавчих органів. Вимоги до регулятора задані в частотній області за допомогою обраних вагових функцій. Результати синтезу підтверджено шляхом комп’ютерного моделювання з використанням нелінійної математичної моделі, яка враховує широкий спектр орбітальних збурень, що діють на систему.

The study objective is to synthesize a motion controller for an ion beam shepherd with respect to space debris object during its contactless de-orbiting. It is assumed that the control system has sensors for measuring the shepherd attitude with respect to space debris. Hydrazine thrusters with thrust pulse-width modulation have been used as actuators of the control system. The robust controller was synthesized using the mixed sensitivity method. It provides a necessary compromise between a robust stability, the control quality and expenses considering special impacts of an ion beam, external disturbances, errors in the determination of the relative position, and the imperfection of the reactive actuators. Requirements for the synthesized controller are specified in the frequency domain by using the selected weighting functions. The synthesis results are validated by the computer simulation using the nonlinear mathematical model taking into account a wide range of orbital perturbations acting on the system.

Ключевые слова: *пастух с ионным лучом, объект космического мусора, робастный регулятор, метод смешанной чувствительности, весовая функция, возмущения.*

Введение. В результате космической деятельности околоземное космическое пространство оказалось засоренным большим количеством искусственно созданных объектов, не выполняющих полезных функций (обломки ступеней ракет-носителей, нефункционирующие космические аппараты и др.). В связи с этим в настоящее время космическим сообществом активно изучается вопрос непосредственного удаления космического мусора с околоземных орбит, который часто в литературе называют активным удалением космического мусора.

Для удаления орбитальных объектов была предложена концепция бесконтактного увода орбитальных объектов, которая получила название «Пастух с ионным лучом» [1]. Основной принцип этой концепции заключается в использовании потока ионов электрореактивного двигателя в качестве средства, передающего силовой импульс объекту космического мусора (ОКМ) для его торможения. Такое удаление космического мусора имеет ряд преимуществ по сравнению с другими известными подходами, а именно: эффективность увода, низкий уровень риска, возможность повторного использования, технологическая готовность.

Для того чтобы обеспечить необходимую эффективность увода, необходимо поддерживать определенное расстояние между «пастухом с ионным лучом» (ПИЛ) и ОКМ, которое не должно превышать нескольких диаметров уводимого объекта. Для выполнения этой задачи на ПИЛ должна быть предусмотрена система управления движением его центра масс относительно мишени [1]. Синтез регулятора такой системы управления осложняется рядом факторов, основными из которых являются:

– точность измерения вектора состояния является невысокой;

– масса ОКМ точно не известна;

– математическая модель относительной динамики в общем случае является нестационарной;

– необходимость компромисса между робастной устойчивостью, качеством управления и затратами на поддержание необходимого относительного положения.

Вследствие новизны технологии ПИЛ в настоящее время существуют достаточно мало публикаций по различным аспектам ее развития, и лишь единичные работы, посвященные проблеме управления. В связи с этим при синтезе регулятора системы управления ПИЛ целесообразно использовать результаты решения других схожих задач. Наиболее близким к рассматриваемой в этой статье задаче является управление космическим аппаратом (КА) для сближения с целевым объектом и последующей стыковки. Например, в работе [2] представлены результаты разработки системы управления причаливанием к орбитальной станции. Авторами доклада [3] использован μ-синтез для разработки системы сближения и стыковки с объектами, которые не имеют специальных средств для выполнения таких операций. В работе [4] описывается и обосновывается целесообразность использования методов автоматизированной разработки систем управления сближением и стыковки.

Кроме этих работ, стоит так же отметить ряд публикаций в области теории управления, которые могут быть полезными при решении рассматриваемой задачи. В статье [5] представлены практические результаты разработки многомерных систем управления с обратной связью в условиях неопределенности. Авторами статьи [6] выполнен H_2-синтез с учетом параметрической неопределенности объекта управления. Проблема обеспечения робастного качества для объектов с неопределенностью, зависящей от времени, исследована в работе [7]. Однако приведенные выше публикации не учитывают всех особенностей управления ПИЛ в режиме увода.

Среди ограниченного перечня работ, посвященных непосредственно ПИЛ, следует отметить статью [1], где лишь формулируется проблема управления относительным движением пастуха и отмечается ее сложность и важность. В работе [8] предложен оригинальный метод определения силы, переданной ионным лучом, который может быть реализован непосредственно на борту ПИЛ с использованием фотокамеры. В статье [9] представлены результаты валидации этого метода. Непосредственно динамике и управлению ПИЛ посвящена статья [10], результаты которой получены при допущении, что параметры относительного движения измеряются без погрешностей, а масса ОКМ известна точно. Такие допущения существенно ограничивают использование этих результатов.

Целью статьи является синтез регулятора системы управления ПИЛ с учетом необходимого компромисса между робастной устойчивостью, качеством и затратами на управление, особенностей воздействий, передаваемых ионным лучом, внешних возмущений, неточности определения относительного положения, неидеальности реактивных исполнительных органов.

Постановка задачи. Рассмотрим процесс увода ОКМ с квазикруговой низкой околоземной орбиты с помощью ПИЛ. Увод ОКМ реализуется за счет воздействия ионов основного электрореактивного двигателя (ОРД), вектор силы тяги которого направлен на ОКМ. ПИЛ оборудован компенсационным электрореактивным двигателем (КРД). Векторы тяги КРД и ОРД направлены противоположно для уменьшения влияния работы основного двигателя на движение ПИЛ.

Для поддержания постоянного заданного положения пастуха относительно ОКМ необходимо синтезировать регулятор системы управления относительным движением ПИЛ с учетом особенностей, указанных во введении. Предполагается, что в составе системы управления имеются датчики, позволяющие измерять координаты вектора, определяющего положения ПИЛ относительно ОКМ, с точностью не хуже 0,5 м.

В качестве исполнительных органов системы управления будем рассматривать гидразиновые реактивные двигатели с широтно-импульсным модулятором (ШИМ) тяги. Ширина импульса вычисляется следующим образом:

$$t_{on} = \frac{F}{F_{th}} T \ , \ t_{on} \le T \ ,$$

где F – значение величины управляющего воздействия на выходе регулятора; F_{th} – номинальная тяга двигателя; T – период дискретизации регулятора.

Несмотря на то, что ШИМ – существенно дискретное устройство, оно не оказывает негативного влияния на полосу пропускания и запасы устойчивости системы, а лишь вносит дополнительное демпфирование [11, 12]. В связи с этим ШИМ не будем включать в состав системы на этапах синтеза регулятора, ограничившись лишь учетом заданного разрешения реализации управляющих воздействий. Вместе с тем, на заключительном этапе валидацию синтезированного регулятора будем проводить с использованием нелинейной модели динамики системы «ПИЛ – ОКМ», а также с учетом ШИМ.

Математическая модель. Для математического описания движения системы «ПИЛ – ОКМ» используем орбитальную систему координат $Oxyz$. Начало орбитальной системы координат (ОСК) совпадает с центром масс ПИЛ. Ось Ox совпадает с направлением радиус-вектора, определяющего центр масс ПИЛ относительно центра масс Земли. Ось Oz совпадает с нормалью к плоскости, проходящей через ось Ox и вектор орбитальной скорости ПИЛ, и направлена в сторону положительных значений орбитального кинетического момента. Ось Oy дополняет систему координат до правой.

Положение ОКМ относительно ПИЛ будем определять вектором L, начало которого находится в центре масс ПИЛ, а конец – в центре масс ОКМ. Относительная динамика системы «ПИЛ – ОКМ» может быть описана с помощью следующей линеаризованной системы уравнений [13]

$$\begin{aligned} &\ddot{x} - \omega^2 x - 2\omega\dot{y} - \dot{\omega}y - kx = \frac{f_x^d}{m^d} - \frac{f_x^s}{m^s}, \\ &\ddot{y} - \omega^2 y + 2\omega\dot{x} + \dot{\omega}x + ky = \frac{f_y^d}{m^d} - \frac{f_y^s}{m^s}, \\ &\ddot{z} + kz = \frac{f_z^d}{m^d} - \frac{f_z^s}{m^s}, \end{aligned} \tag{1}$$

где x, y, z – проекции вектора L на оси ОСК; m^s, m^d – массы ПИЛ и ОКМ соответственно; f_x^d, f_y^d, f_z^d – проекции на оси ОСК суммарного вектора сил F^d, действующих на ОКМ; f_x^s, f_y^s, f_z^s – проекции на оси ОСК суммарного вектора сил F^s, действующих на ПИЛ.

Векторы сил F^d и F^s определяются следующим образом:

$$F^d = F_P^d + F_{J2}^d + F_S^d + F_M^d,$$

$$F^s = F_I^s + F_{J2}^s + F_S^s + F_M^s.$$

Здесь нижние индексы использованы для обозначения следующих возмущений: P – сила, передаваемая ионным лучом ОКМ; I – суммарный вектор силы реактивных двигателей, действующих на ПИЛ; $J2$, S, M – возмущения от второй зональной гармоники гравитационного поля Земли, Солнца и Луны соответственно.

Величины ω, $\dot{\omega}$ и k, входящие в (1), определяются следующим образом:

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu}{p^3}}(1 + e\cos\nu),\ p = a(1 - e^2),\ \dot{\omega} = -2e\sqrt{\frac{\mu}{p^3}}\sin\nu(1 + e\cos\nu)\omega,$$

$$k = \frac{\mu}{R^3},\ R = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e\cos\nu},$$

где μ – гравитационная постоянная Земли; ν – истинная аномалия; e – эксцентриситет; a – большая полуось.

Для квазикруговых орбит система уравнений (1) может быть представлена в форме Хила – Клохеси – Вилшера [14]

$$\begin{aligned} &\ddot{x} - 3\omega^2 x - 2\omega\dot{y} = \frac{f_x^d}{m^d} - \frac{f_x^s}{m^s}, \\ &\ddot{y} + 2\omega\dot{x} = \frac{f_y^d}{m^d} - \frac{f_y^s}{m^s}, \\ &\ddot{z} + \omega^2 z = \frac{f_z^d}{m^d} - \frac{f_z^s}{m^s}. \end{aligned} \tag{2}$$

Предполагая, что в процессе увода орбита ОКМ сохраняет свой квазикруговой характер и невысокую скорость уменьшения ее высоты (примерно 2 км/день), можно считать ω постоянной на достаточно продолжительных интервалах времени.

Первое и второе уравнение системы (2) описывают динамику в плоскости орбиты, а третье – движение из плоскости орбиты. Представим эти уравнения в форме пространства состояний.

Относительное движение в плоскости орбиты:

$$\dot{X}_i = A_i X_i + B_i^d F_i^d + B_i^s F_i^s ,$$

где $X_i = [x, y, \dot{x}, \dot{y}]^T$, $F_i^d = [f_x^d, f_y^d]^T$, $F_i^d = [f_x^s, f_y^s]^T$,

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & -2\omega & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i^d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/m^d & 0 \\ 0 & 1/m^d \end{bmatrix},$$

$$B_i^s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/m^d & 0 \\ 0 & -1/m^d \end{bmatrix}.$$

Относительное движение из плоскости орбиты:

$$\dot{X}_o = A_o X_o + B_o^d F_o^d + B_o^s F_o^s ,$$

где $X_o = [z, \dot{z}]^T$, $F_o^d = [f_z^d]$, $F_o^d = [f_z^s]$, $A_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}$, $B_o^d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m^d \end{bmatrix}$,

$B_o^s = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m^s \end{bmatrix}$.

Методология синтеза регулятора. Для синтеза регулятора используем методологию H_∞. Такой подход позволяет синтезировать регулятор, минимизирующий выход замкнутой системы для наихудшего случая возмущений. Стандартная форма представления объекта управления для синтеза регулятора представлена на рис. 1, где P – объект управления; K – регулятор; w – возмущения; u – управление; z – минимизируемый выход; v – измеряемый выход.

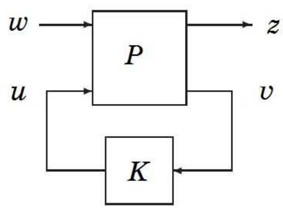

Рис. 1

Зависимость между вектором входа и выхода представляется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = P(s)\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}.$$

Зависимость между входом w и выходом z имеет вид

$$z = F_l(P,K)w,$$

где $F_l(P,K)$ – передаточная функция замкнутой системы.

Регулятор найдем из условия минимизации следующей нормы

$$\|F_l(P,K)\|_\infty \to \min.$$

$\|H\|_\infty$-норма передаточной функции $H(j\omega)$ определяется следующим образом [15]:

$$\|H\|_\infty = \sup_\omega \sigma_{\max}[H(j\omega)],$$

где $\sigma_{\max}$ – максимальное сингулярное число матричной передаточной функции $H(j\omega)$.

Требования к синтезируемому регулятору удобно задавать в частотной области. При анализе замкнутого контура систем управления можно использовать функции чувствительности (ФЧ) и дополнительной чувствительности (ФДЧ) [15]. ФЧ $S(s)$ представляет собой передаточную функцию от входа к ошибке слежения, а ФДЧ $T(s)$ – это передаточная функция от входа к выходу замкнутой системы. Для обеспечения требуемого качества функционирования системы (подавления внешних возмущений, уменьшения ошибки слежения) следует уменьшать функцию $S(s)$, а для повышения робастности системы по отношению к шумам измерителей и неопределенностям объекта управления необходимо обеспечить малые значения функции $T(s)$.

Следует отметить, что требования минимизации ФЧ и ФДЧ являются весьма противоречивыми, так как они связаны следующим образом:

$$S(s) + T(s) = 1.$$

Для устранения этого противоречия предлагается минимизировать эти функции в разном диапазоне частот. Так, целесообразно иметь малые значения ФЧ в низкочастотной области, а ФДЧ – в высокочастотной. Идеальная ФЧ имеет малые значения на низких частотах и приближается к единице на высоких частотах при отсутствии значений больше единицы. ФДЧ, наоборот, должна иметь близкие к единице значения на низких частотах и малые – на высоких частотах. Чем быстрее функция $T(s)$ убывает с увеличением частоты, тем более система робастна по отношению к высокочастотным возмущениям в контуре управления.

При синтезе регулятора будем также рассматривать функцию $KS(s)$ для оптимизации величины управляющего воздействия.

В качестве входных сигналов будем рассматривать следующие возмущения: w_1 – внешние возмущения, w_2 – программное значение вектора P,

w_3 – ошибка измерения вектора P, w_4 – ошибка реализации управляющих воздействий (рис. 2).

Для того чтобы оптимизировать S, T и KS в требуемом частотном диапазоне, дополним исходную систему весовыми функции $W_1(s)$, $W_2(s)$ и $W_3(s)$ таким образом, как показано на рис. 2.

Для синтеза представим объект $G(s)$ в следующей форме:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_1 w + B_2 u, \\ z &= C_1 X + D_{11} w + D_{12} u, \\ v &= C_2 X + D_{21} w + D_{22} u. \end{aligned} \tag{3}$$

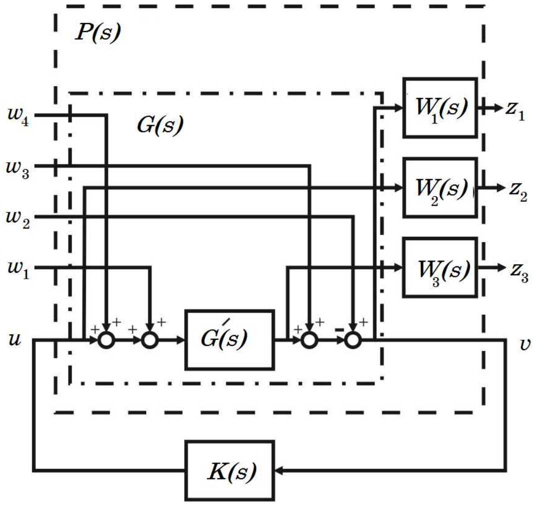

Рис. 2

Исходные данные для проведения исследований. Синтез регулятора и анализ динамики выполним для следующих исходных данных:

– начальная высота орбиты – 640 км;
– конечная высота орбиты – 340 км;
– наклонение орбиты – $i = 80...99$ град;
– эксцентриситет орбиты – $e = 0...0{,}05$;
– масса ПИЛ – $m^s = 500 \pm 50$ кг;
– масса ОКМ – $m^d = 1575 \pm 315$ кг;
– номинальная тяга ОРД – $F^{ITT} = 0{,}031$ Н;
– период дискретизации системы управления – $T = 1$ с;
– номинальная тяга реактивных исполнительных органов – $F_{th} = 2$ Н;
– минимальный импульс тяги реактивных исполнительных органов – $F_{th} t_{on}^{\min} = 0.01$ Н·с;
– точность определения положения мишени в ОСК не хуже $0{,}5$ м по каждой из осей.

Движение в плоскости орбиты. Для случая синтеза управления в плоскости орбиты матрицы представления (3) имеют следующий вид:

$$X = X_i, \; w = \left[f_x, f_y, x_r, y_r, \Delta x, \Delta y, \Delta u_x, \Delta u_y\right]^T, \; u = \left[u_x, u_y\right]^T, A = A_i,$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{f}_x^{\max} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -F_{th} t_{on}^{\min} / T m^s & 0 \\ 0 & \tilde{f}_y^{\max} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -F_{th} t_{on}^{\min} / T m^s \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/m^s & 0 \\ 0 & -1/m^s \end{bmatrix}, \; C_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -\Delta x^{\max} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\Delta y^{\max} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -\Delta x^{\max} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\Delta y^{\max} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; D_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где $\Delta x^{\max}$, $\Delta y^{\max}$ – максимальные значения ошибки определения относительного положения в каналах x и y соответственно.

Элементы $\tilde{f}_x^{\max}$ и $\tilde{f}_y^{\max}$ матрицы B_1 определены исходя из величины максимальной разницы ускорений, возникающей из-за действия внешних возмущений и ионного луча на рассматриваемую систему:

$$\tilde{F}^{\max} = \left[\tilde{f}_x^{\max} \quad \tilde{f}_y^{\max} \quad \tilde{f}_z^{\max}\right]^T =$$

$$= \max\left(\frac{F_P^d + F_{J2}^d + F_S^d + F_M^d}{m^d} - \frac{F_{J2}^s + F_S^s + F_M^s}{m^s} \right).$$

На рис. 3 показана зависимость от времени разности ускорений, возникающей из-за действия внешних возмущений, для круговой орбиты, а на рис. 4 аналогичная зависимость для обиты с эксцентриситетом $e = 0{,}05$.

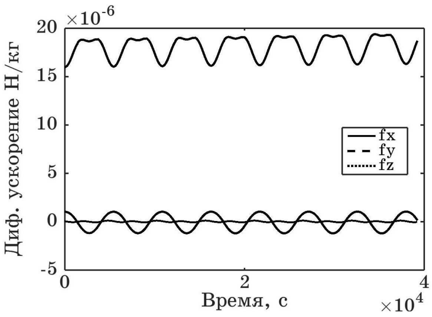

Рис. 3

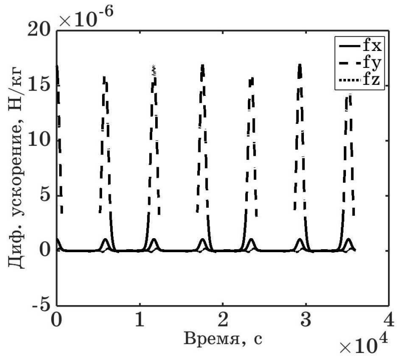

Рис. 4

Принимая во внимание результаты, приведенные на рис. 3, 4, а также учитывая максимально возможное воздействие ионного луча на мишень, выбраны следующие значения элементов матрицы B_1 :

$$\tilde{f}_x^{\max} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ Н/кг}, \ \tilde{f}_y^{\max} = 4{,}722 \cdot 10^{-5} \text{ Н/кг}.$$

Элементы матриц D_{11} и D_{21} определены из условия максимальной погрешности определения относительного положения мишени следующим образом:

$$\Delta x^{\max} = 0{,}5 \text{ м}, \ \Delta y^{\max} = 0{,}5 \text{ м}.$$

Связь между матричными передаточными функциями $G_{ij}(s)$ и представлением объекта $G(s)$ в пространстве состояний (3) определяется уравнениями вида

$$G_{ij}(s) = C_i (sI - A)^{-1} B_j + D_{ij}, \ i, j = 1,2.$$

Для взвешивания ФЧ используем фильтры низких частот первого порядка в следующей форме:

$$W_{1x}(s) = \frac{s/M_{1x} + \Omega_{1x}}{s + A_{1x}\Omega_{1x}}, \ W_{1y}(s) = \frac{s/M_{1y} + \Omega_{1y}}{s + A_{1y}\Omega_{1y}}. \quad (4)$$

Параметры $\Omega_{1x} = \Omega_{1y} = 5\omega/\pi$ выбраны исходя из необходимой полосы пропускания регулятора. Параметры $A_{1x} = A_{1y} = 0{,}1$ позволяют обеспечить в установившемся режиме ошибку управления около 10 %. Параметры $M_{1x} = M_{1y} = 2$ выбраны таким образом, чтобы перерегулирование не превышало 30 %.

Весовые функции для управления имеют вид, аналогичный (4)

$$W_{2x}(s) = \frac{s/M_{2x} + \Omega_{2x}}{s + A_{2x}\Omega_{2x}}, \ W_{2y}(s) = \frac{s/M_{2y} + \Omega_{2y}}{s + A_{2y}\Omega_{2y}},$$

однако значения параметров здесь другие:

$$M_{2x} = M_{2y} = 0{,}1; \ A_{2x} = A_{2y} = 10; \ \Omega_{2x} = \Omega_{2y} = 20\Omega_{1x}.$$

Такие параметры позволяют незначительно ограничить управление на низких частотах и минимизировать его на высоких частотах для того, чтобы избежать отслеживание высокочастотных шумов.

В качестве весовых функций для ФДЧ использованы фильтры высоких частот первого порядка в следующей форме:

$$W_{3x}(s)=\frac{s+A_{3x}\Omega_{3x}}{s/M_{3x}+\Omega_{3x}},\; W_{3y}(s)=\frac{s+A_{3y}\Omega_{3y}}{s/M_{3y}+\Omega_{3y}}.$$

Выбор значений параметров $M_{3x}=M_{3y}=100$; $A_{3x}=A_{3y}=0{,}1$; $\Omega_{3x}=\Omega_{3y}=20\Omega_{1x}$ позволяет ограничить полосу пропускания регулятора и обеспечить робастность системы.

Передаточная функция дополненной системы определяется следующим образом

$$P(s)=G(s)W(s), \tag{5}$$

где $W(s)$ – диагональная матрица со следующими диагональными элементами: $W_{11}(s)=W_{1x}(s)$, $W_{22}(s)=W_{1y}(s)$, $W_{33}(s)=W_{2x}(s)$, $W_{44}(s)=W_{2y}(s)$, $W_{55}(s)=W_{3x}(s)$, $W_{66}(s)=W_{3y}(s)$, $W_{77}(s)=1$, $W_{88}(s)=1$.

Для объекта (5) с помощью известных алгоритмов [15], основанных на решении линейных матричных неравенств, синтезирован субоптимальный регулятор $K(s)$ 10-го порядка в форме:

$$\dot{X}_K=A_K X_K+B_K v,$$

$$u=C_K X_K+D_K v,$$

исходя из условия

$$\left\|F_l(P,K)\right\|_\infty\le\gamma_{\min}.$$

В результате применения итерационной процедуры [16] найдены матрицы A_K, B_K, C_K, D_K субоптимального регулятора $K_i(s)$ для $\gamma_{\min}=0{,}727$.

На рис. 5 – 7 представлены соответственно функции S, KS и T для синтезированного регулятора.

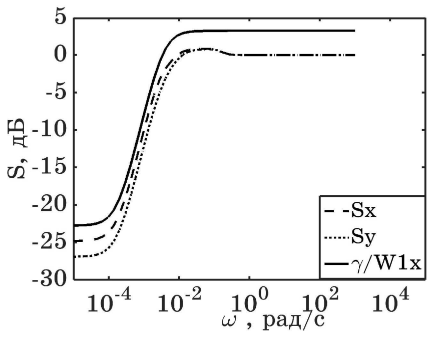

Рис. 5

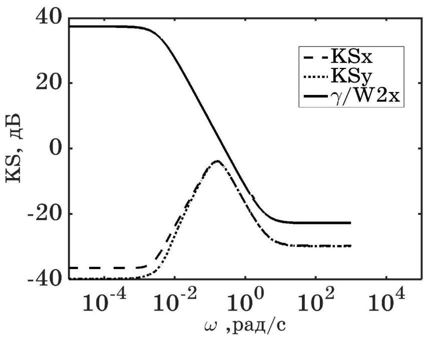

Рис. 6

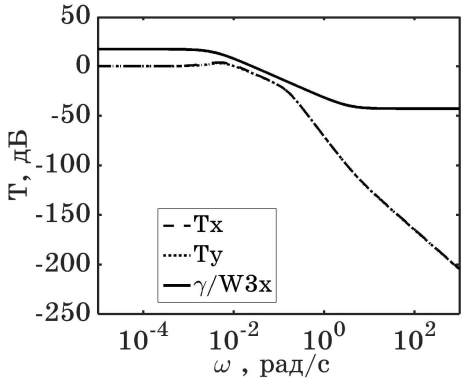

Рис. 7

Движение из плоскости орбиты. Для случая синтеза управления движением из плоскости орбиты матрицы представления (3) имеют следующий вид

$$X = X_o\,,\ W = \left[f_z\,, z_r\,, \Delta z, \Delta u_z,\right]^T,\ U = \left[u_z\right]^T,$$

$$A = A_o\,,\ B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{f}_z^{\max} & 0 & 0 & -F_{th} t_{on}^{\min} / T m^s \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m^s \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \Delta z^{\max} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\Delta z^{\max} & 0 \end{bmatrix},\ D_{22} = [0],$$

где $\Delta z^{\max}$ – максимальные значения ошибки определения относительного положения ОКМ в канале z.

Руководствуясь теми же соображениями, как и для случая движения в плоскости орбиты, элемент $\tilde{f}_z^{\max}$ матрицы B_1 имеет следующее значение:

$$\tilde{f}_z^{\max} = 15 \cdot 10^{-7} \text{ Н/кг}.$$

Элементы матриц D_{11} и D_{21} определены также из условия максимальной погрешности определения относительного положения мишени следующим образом:

$$\Delta z^{\max} = 0{,}5 \text{ м}.$$

Для этого случая матрица $W(s)$ имеет следующие диагональные элементы: $W_{11}(s) = W_{1z}(s)$, $W_{22}(s) = W_{2z}(s)$, $W_{33}(s) = W_{3z}(s)$, $W_{44}(s) = 1$, $W_{1z}(s) = W_{1x}(s)$, $W_{2z}(s) = W_{2x}(s)$, $W_{3z}(s) = W_{3x}(s)$.

С помощью итерационной процедуры [16] найден субоптимальный регулятор $K_o(s)$ пятого порядка для $\gamma_{\min} = 0{,}695$.

На заключительном этапе синтезированные регуляторы преобразованы к дискретной форме с использованием билинейного преобразования. При таком методе преобразования сохраняется H_∞-норма регулятора.

Моделирование относительного движения системы «ПИЛ–ОКМ». При моделировании относительного движения системы «ПИЛ–ОКМ» использована модель DKE, входящая в состав симулятора LEOSWEEP [17]. При проведении расчетов учитывалось отключение ОРД, КРД при заходе ПИЛ в тень. ПИЛ ориентирован таким образом, что вектор тяги ОРД направлен по касательной к орбите. Тяга КРД определялась следующим образом:

$$F^{ICT} = -F^{ITT}\left(1 + m^s/m^d\right). \qquad (6)$$

Рассматривались случаи нормального и равномерного распределения ошибки измерения вектора, определяющего положение ОКМ. Для нормального распределения значения математического ожидания μ и стандартного отклонения σ выбирались таким образом, чтобы удовлетворялось следующее ограничение:

$$\mu + 3\sigma < 0{,}5 .$$

В случае равномерного распределения интервал (a, b) значений случайной величины выбирался с учетом условия:

$$\begin{cases} a > -0{,}5 \\ b < 0{,}5 \end{cases}.$$

На рис. 8 – 11 показаны результаты моделирования для случая нормального распределения ошибки измерения положения ОКМ с нулевым математическим ожиданием и начальным значением эксцентриситета орбиты $e = 0{,}002$. Массы ПИЛ и ОКМ принимались при этих расчетах равными соответственно $m^s = 450$ кг и $m^d = 1890$ кг.

Как видно из рис. 8, регулятор позволяет обеспечить требуемое положение ПИЛ относительно ОКМ с точностью не хуже $0{,}1$ м. Результаты моделирования также показывают, что на освещенных участках орбиты обеспечивается стабильная передача воздействия на мишень от ОРД (рис. 9); при этом угловая скорость ОКМ остается в приемлемом диапазоне значений (рис. 10).

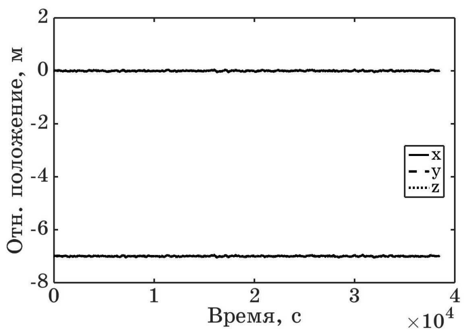

Рис. 8

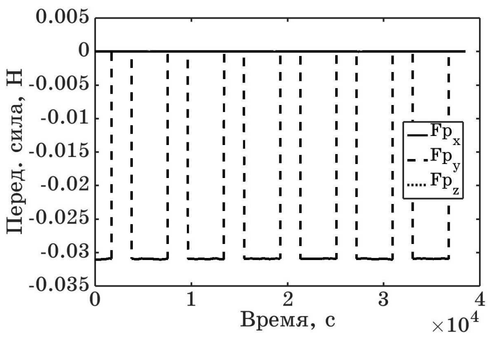

Рис. 9

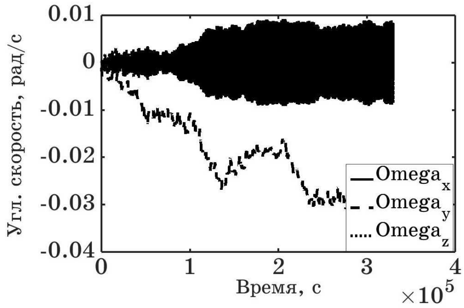

Рис. 10

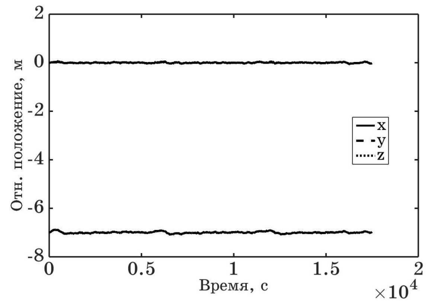

Рис. 11

На рис. 11 показаны результаты моделирования поддержания относительного положения ПИЛ для орбиты с эксцентриситетом равным 0,05. Как видно из этого рисунка, регулятор обеспечивает устойчивость движения и, несмотря на существенное ухудшения точности управления, ошибка не превышает установленные требования (0,6 м).

Результаты моделирования для случаев равномерного распределения ошибок измерения положения ОКМ существенно не отличаются от результатов, показанных на рис. 8 – 11.

Заключение. В статье представлены результаты синтеза регулятора для управления движением «пастуха» относительно мишени. Регулятор синтезирован таким образом, чтобы обеспечить необходимый компромисс между робастной устойчивостью, качеством и затратами на управление с учетом особенностей воздействий, передаваемых ионным лучом, внешних возмущения, неточности определения относительного положения, неидеальности реактивных исполнительных органов.

Валидация результатов синтеза регулятора выполнена путем компьютерного моделирования с использованием нелинейной математической модели с учетом широкого спектра орбитальных возмущений, действующих на систему.

Представленные в статье результаты получены при выполнении проекта LEOSWEEP, который финансировался в рамках 7-й Европейской рамочной программы (грант № N.607457).

1. *Bombardelli C., Peláez J.* Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal. JGCD. 2011. 34. No 3. May–June. P. 916 – 920.
2. *Hua T., Kubiak E., Lin Y., Kilby M.* Control/Structure Interaction during Space Station Freedom-Orbiter Berthing. The Fifth NASA/DOD Controls-Structures Interaction Technology Conference, Tahoe, Nevada, March 3–5, 1992. P. 181 – 203.
3. *Mora E., Ankersen F., Serrano J.* MIMO Control for 6DoF Relative Motion. Proceedings of 3'rd ESA International Conference on Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems, Noordwijk, The Netherlands, Nov.26–29, 1996.
4. *Ankersen F.* Application of CAE methods for the On-Board Flight Control System on the ARC Mission. ESA working paper. 1993. P. TN/FA–001 Issue 1.0.
5. *Doyle J. C., Stein G.* Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical. Modern Synthesis. IEEE Transactions on Automatic Control. 1981. No 26(1). P. 4–16.
6. *Zhao K., Stoustrup J.* Computation of the Maximal Robust H2 Performance Radius for Uncertain Discrete Time Systems with Nonlinear Parametric Uncertainties. International Journal of Control. 1997. No 67(1). P. 33–43.
7. *Zhou K., Khargonekar P., Stoustrup J., Niemann H.* Robust Performance of Systems with Structured Uncertainties in State Space. Automatica. 1995. No 31(2). P. 249 – 255.

8. *Alpatov A., Cichocki F., Fokov A., Khoroshylov S., Merino M., Zakrzhevskii A.* Determination of the force transmitted by an ion thruster plasma plume to an orbital object. Acta Astronautica. 2016. No 119. P. 241–251.
9. *Фоков А. А., Хорошилов С. В.* Валидация упрощенного метода расчета силы воздействия факела электрореактивного двигателя на орбитальный объект. Авиационно-космическая техника и технология. 2016. № 2/129. С. 55 – 66.
10. *Bombardelli C., Urrutxua H., Merino M., Ahedo E., Pelaez J.* Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite. Spaceflight mechanics. 2012. Vol. 143. P. 2145 – 2158.
11. *Wie B.* Space Vehicle Dynamics and Control. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 1998. 660 p.
12. *Ankersen F.* Thruster Modulation Techniques: Application to Eureca Attitude and Orbit Control System. ESA working paper. 1989. P. EWP 1528.
13. *Lawden D.F.* Optimal Trajectories for Space Navigation. London: Butterworths, 1963. 126 p.
14. *Clohessy W., Wiltshire R* Terminal guidance system for satellite rendezvous. Journal of the Aerospace Sciences. 1960. Vol. 27, No 9. P. 653 – 658.
15. *Zhou K., Doyle J. C., K. Glover* Robust and Optimal Control. NY: Prentice-Hall, 1996. 596 p.
16. *Nesterov Y., Nemirovskii A*. The Projective Method for Solving Linear Matrix Inequalities. Math. Programming Series B. 1997. Vol. 77. P. 163 – 190.
17. *Храмов Д. А.* Визуальное моделирование движения космического аппарата. Техническая механика. 2015. № 2. С.49 – 58.

Получено 16.01.2017,
в окончательном варианте 14.03.2017