УДК 629.784:621.64:532.542

А. Д. НИКОЛАЕВ, Н. В. ХОРЯК, В. А. СЕРЕНКО, Д. В. КЛИМЕНКО, В. Ф. ХОДОРЕНКО, И. Д. БАШЛИЙ

УЧЕТ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ ПРИ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРПУСА ЖИДКОСТНОЙ РАКЕТЫ

С использованием усовершенствованной модели продольных колебаний многоступенчатой жидкостной ракеты-носителя (РН), в которой продольные колебания корпуса РН описаны как механические колебания многосвязной диссипативной системы "конструкция РН – жидкое топливо в баках", проведен анализ влияния жидкого заполнения топливных баков на характеристики доминирующих гармоник продольных колебаний корпуса РН тандемной схемы компоновки ступеней. Показано, что параметры собственных продольных колебаний жидкого топлива в баках РН оказывают определяющее влияние на частоты и декременты низших тонов собственных продольных колебаний ее корпуса, играющие ключевую роль в реализации механизма потери продольной устойчивости жидкостных РН.

В рамках модели вязкого трения, используемой при математическом описании колебательного движения упругого корпуса жидкостной РН, проанализированы и обобщены экспериментальные значения коэффициентов демпфирования колебаний жидкого топлива в баках РН, коэффициентов демпфирования колебаний несущих конструкций РН и конструктивно подобных моделей жидкостных ракет, собранные из различных источников научно-технической информации. В частности, приведены результаты анализа динамических испытаний жидкостных ракет и их конструктивно подобных моделей: физической модели в масштабе 1:6,5 корпуса РН «Зенит», ракеты 15А15 и ее физической модели, выполненной в масштабе 1:3,7, физической модели в масштабе 1:5 ракеты-прототипа РН «Днепр» и ее низших ступеней. Проведенный анализ экспериментальных данных позволил разработать методические рекомендации по учету рассеяния энергии колебаний элементов конструкций РН и демпфирования колебаний жидкого топлива в их баках при построении конечно-элементных моделей продольных колебаний корпуса жидкостных РН, в том числе на режимах с резонансным возрастанием амплитуд колебаний корпуса РН.

Із використанням удосконаленої моделі поздовжніх коливань багатоступеневої рідинної ракети-носія (РН), в якій поздовжні коливання корпуса РН описано як механічні коливання багатозв'язкової дисипативної системи "конструкція РН – рідке паливо в баках", проведено аналіз впливу рідкого заповнення паливних баків на характеристики домінуючих гармонік поздовжніх коливань корпусу РН тандемної схеми компоновки ступенів. Показано, що параметри власних поздовжніх коливань рідкого палива в баках РН мають визначальний вплив на частоти і декременти нижчих тонів власних поздовжніх коливань її корпусу, які відіграють ключову роль у реалізації механізму втрати поздовжньої стійкості рідинних РН.

В рамках моделі в'язкого тертя, що використовується при математичному описанні коливального руху пружного корпусу рідинних РН, проаналізовано та узагальнено експериментальні значення коефіцієнтів демпфування коливань рідкого палива в баках РН, коефіцієнтів демпфування коливань несучих конструкцій РН і конструктивно подібних моделей рідинних ракет, зібрані з різних джерел науково-технічної інформації. Зокрема, наведено результати аналізу динамічних випробувань рідинних ракет та їх конструктивно подібних моделей: фізичної моделі в масштабі 1: 6,5 корпусу РН "Зеніт", ракети 15А15 і її фізичної моделі, виконаної в масштабі 1: 3,7, фізичної моделі в масштабі 1: 5 ракети-прототипу РН "Дніпро" та її нижчих ступенів. Проведений аналіз експериментальних даних дозволив розробити методичні рекомендації щодо урахування розсіювання енергії коливань елементів конструкцій РН та щодо демпфування коливань рідкого палива в баках при побудові скінченно-елементних моделей поздовжніх коливань корпусу рідинних РН, в тому числі на режимах із резонансним зростанням амплітуд коливань корпусу РН.

The effects of fluid filling the propellant tanks on the characteristics of the dominant harmonics of the longitudinal vibrations of the launch vehicle body with a tandem configuration of stages are analyzed using the updated model of the longitudinal vibrations of a multi-stage liquid launch vehicle (LV). This model describes the longitudinal vibrations of the LV body as the mechanical vibrations of the multi-coupled dissipative system of the LV design and the liquid propellant in tanks. It is shown that the parameters of the natural longitudinal oscillation of a liquid propellant in the LV tanks strongly affect the frequencies and decrements of deeper tones of the natural longitudinal oscillation of the LV body playing a crucial role in the mechanism of losses in the longitudinal stability of liquid rockets.

In the context of a model of a viscous friction for mathematical describing a vibratory motion of the flexible body of the liquid launch liquid the experimental values of the damping coefficients for vibrations of the LV load-carrying structures and structurally similar models of liquid rockets are analyzed and generalized based on the available open-literature information. In particular, the results of the analysis of the dynamic tests of liquid rockets and their structurally similar models are given: a physical 1:6.5 scale model of the Zenit LV, the 15A15 rocket and its physical 1:3.7 scale model, a physical 1:5 scale model of the prototype of the Dnepr LV and its lowermost stages. An analysis of experimental data resulted in the development of methodic recommendations for calculating dissipation of energy of vibrations of the LV structures and damping vibrations of the liquid fuel in their tanks in building the finite-element models of the longitudinal vibrations of the liquid LV body, including conditions of the resonance growth of amplitudes of the LV body vibrations.

Ключевые слова: *жидкостная ракета-носитель, продольные колебания, диссипация энергии, конструкционное демпфирование, вязкое трение, параметры собственных колебаний.*

Введение. Продольные колебания конструкции ракеты-носителя (РН) с частотами от нескольких долей Гц до 50 – 100 Гц, возникающие при потере ее продольной устойчивости на активном участке полета, могут привести к нарушению целостности элементов конструкции РН, сбоям в работе приборов и аппаратуры системы управления РН и другим аварийным ситуациям [1 – 3], что существенно снижает коммерческие возможности РН по выведению космических аппаратов (КА) на рабочие орбиты. Устранение продольной неустойчивости жидкостных РН (в зарубежной литературе – POGO-неустойчивости [2]) является сложной научно-технической проблемой, требующей решения множества задач. Одной из них является разработка математической модели динамической системы “жидкостная ракетная двигательная установка (ЖРДУ) – корпус РН”, описывающей продольные колебания жидкостной РН [4 – 6].

На ранних этапах проектирования РН ввиду отсутствия полной информации о ее конструктивных и режимных параметрах обычно проводится линейный анализ устойчивости системы “ЖРДУ – корпус РН” (по первому приближению Ляпунова). Анализ выполняется на базе модели «наихудшего случая», то есть рассматривается система с такими значениями параметров, при которых реализуется наиболее неблагоприятный (для продольной устойчивости РН) случай. Значения коэффициентов демпфирования колебаний корпуса РН в этой модели полагаются минимальными – не более 0,9 – 1,0 % от критического значения [1, 2], а значения режимных параметров ЖРДУ, влияющих на частоты колебаний жидкого топлива в системе питания жидкостного ракетного двигателя (ЖРД), варьируются в пределах их возможного изменения в полете [7, 8].

В настоящее время в нашей стране и за рубежом имеются жидкостные ракеты, при пусках которых регистрировался повышенный уровень амплитуд продольных колебаний корпуса, обусловленный продольной неустойчивостью РН [7, 8], однако он не превышал допустимого уровня. Модернизация таких ракет и изменение условий их пуска (массы полезной нагрузки, траектории полета РН и т. д.) делает актуальным теоретическое прогнозирование уровня амплитуд продольных колебаний корпуса РН и, возможно, выбор средств для «смягчения» POGO-неустойчивости (т. е. для снижения уровня амплитуд колебаний или локализации неустойчивости в пределах малого интервала времени полета) без внесения таких радикальных изменений в конструкцию РН, как установка демпфирующих устройств.

Задача теоретического прогнозирования уровня амплитуд продольных колебаний РН должна решаться на основе нелинейной математической модели динамической системы “ЖРДУ – корпус РН”, при этом повышение степени адекватности разработанной нелинейной модели исследуемому реальному объекту приобретает особую актуальность. В работах [7, 8] для теоретического определения амплитуд виброперегрузок жидкостных РН использовались нелинейные математические модели системы “ЖРДУ – корпус РН”, в которых продольные колебания корпуса РН описывались уравнениями в обобщенных нормальных координатах с учетом нескольких (трех) низших тонов колебаний. Такое общепринятое упрощенное представление колебательного движения корпуса затрудняет разработку методического подхода к моделированию нелинейной низкочастотной динамики корпуса РН, использование которого обеспечило бы повышение достоверности теоретического прогноза уровня амплитуд продольных колебаний РН.

В настоящее время известны два основных механизма ограничения амплитуд продольных колебаний корпуса жидкостных РН. Как показали результаты теоретических и экспериментальных исследований низкочастотной динамики кавитирующих шнекоцентробежных насосов ЖРДУ, выполненных под руководством академика НАНУ В. В. Пилипенко [9], определяющим фактором, ограничивающим амплитуды продольных колебаний РН, является нелинейная зависимость объема кавитационных каверн в насосах ЖРДУ от давления и расхода компонентов топлива.

Другой механизм ограничения амплитуд продольных колебаний РН связан с увеличением диссипации энергии при развитии продольных колебаний корпуса РН и, в частности, с нелинейными диссипативными силами. В работе В. Ф. Гладкого [5] отмечено, что расчеты прочности элементов корпуса РН при его упругих продольных колебаниях следует проводить с учетом зависимости диссипативных сил от амплитуд колебаний элементов. Согласно [5], диссипативные силы в нелинейной математической модели продольных колебаний корпуса РН могут быть представлены в виде суммы двух составляющих – постоянной и переменной, причем переменная составляющая является функцией амплитуды колебаний корпуса РН. Необходимо отметить, что до настоящего времени при моделировании продольных колебаний жидкостных РН этот механизм ограничения амплитуд колебаний в полной мере не учитывался. Учет нелинейных диссипативных сил при моделировании продольных колебаний корпуса РН (в частности, нелинейных зависимостей декрементов колебаний элементов корпуса от их амплитуд) будет способствовать повышению достоверности результатов моделирования.

В настоящей работе предложено моделирование продольных колебаний корпуса РН проводить на основе его конечно-элементной схемы, элементы которой характеризуются не только массами и частотами колебаний, но и диссипативными потерями, величина которых зависит от амплитуды колебаний элемента. Такая модель даже для одномерного случая, когда рассматриваются колебания в одном (продольном) направлении, является более содержательной и информативной, чем традиционная модель продольных колебаний корпуса РН в нормальных координатах. Она позволяет исследовать динамическое взаимодействие элементов корпуса РН и более точно определять параметры его колебаний на резонансных режимах. Однако учет диссипации энергии при моделировании продольных колебаний корпуса РН, в свою очередь, представляет собой проблему, поскольку до настоящего времени отсутствуют достаточно точные модели, описывающие потери энергии при упругих колебаниях оболочечных конструкций с жидкостью [10], а имеющиеся экспериментальные данные о величине этих потерь очень скудны [11].

В статье рассмотрены вопросы количественного определения характеристик демпфирования продольных колебаний жидкости в топливных баках жидкостных РН и упругих продольных колебаний конструкции РН в задаче определения продольной устойчивости и амплитуд колебаний.

1. **Учет диссипации энергии в слабо демпфированных колебательных системах.** До настоящего времени не имеется строго обоснованного подхода, позволяющего учесть диссипацию энергии при упругих колебаниях систем. Для учета энергетических потерь в уравнения колебательных звеньев обычно вводятся диссипативные силы – силы внутреннего трения. Тогда модель свободных продольных колебаний механической системы в общем виде представляет собой матричное уравнение:

$$M\ddot{x} + F_D + Cx = 0, \qquad (1)$$

где M, C, F_D – матрицы n-го порядка, элементами которых являются массы и жесткости колебательных звеньев и силы внутреннего трения; x – n-мерный вектор продольных перемещений координат центров масс звеньев относительно положения их статического равновесия; n – количество дискретных элементов (колебательных звеньев) в расчетной схеме системы.

В основе всех моделей диссипации энергии механических систем лежит зависимость сил сопротивления в элементах системы от их смещения или скорости. В каждом конкретном случае такая зависимость определяется природой рассматриваемого колебательного процесса и, как правило, описывается нелинейной функцией. Лучшее описание механизма демпфирования достигается использованием зависимостей диссипативных сил от смещения или скорости, представленных в виде петли гистерезиса, которая различна для вязкого, упруго-вязкого, статического (нелинейного) или общего нелинейного демпфирования (напр., [10, 14]). Однако на практике при моделировании колебаний сложных механических систем используются более простые модели внутреннего трения (напр., [10 – 13]), удобные для выполнения анализа устойчивости системы численными методами. К числу таких моделей относится модель вязкого трения и простейшие упруго-вязкие модели внутреннего трения, полученные на основе метода реологических моделей (модели Фохта, Максвелла и др.).

При выборе модели внутреннего трения определяющую роль играет ее простота и адекватность реальному процессу. В большинстве практических случаев колебания реальной механической системы близки к колебаниям идеализированной линейной системы с эквивалентным вязким трением. Для слабо демпфированных систем применение модели вязкого трения является обоснованным, если коэффициенты демпфирования определены на основе экспериментальных значений – в этом случае результат практически не зависит от того, какой механизм диссипации реализуется в действительности, гистерезисного типа или вязкого трения [10, 12].

При моделировании продольных колебаний корпуса РН для учета рассеяния энергии обычно используется модель вязкого трения – трения, пропорционального скорости движения [1 – 8]:

$$F_D = B\dot{x}, \qquad (2)$$

где B – матрица коэффициентов демпфирования.

Поскольку для ракетных конструкций реальные значения логарифмических декрементов доминирующих гармоник упругих колебаний составляют от 0,02 до 0,25 [12], корпус жидкостной РН представляет собой слабо демпфированную колебательную систему “конструкция РН – жидкое топливо”. Таким образом, использование экспериментальных значений декрементов колебаний корпуса РН или экспериментальных данных о величине диссипативных потерь в его звеньях при различных источниках демпфирования обеспечивает правомерность учета диссипации энергии в звеньях системы “конструкция РН – жидкое топливо” по модели вязкого трения.

При использовании модели вязкого трения количественными характеристиками демпфирования колебаний являются следующие величины:

– логарифмический декремент колебаний δ и коэффициент относительного демпфирования $\xi \approx \delta / 2\pi$ в долях от критического, характеризующие быстроту затухания колебаний [1 – 5, 11];

– относительное рассеяние упругой энергии за один период колебаний $\eta = \Delta E / E$ (E – запасенная энергия, ΔE – потери энергии за период) [13];

– ширина резонансной кривой на уровне убывания квадрата амплитуды вынужденных колебаний в 2 раза $\Delta\omega / \omega_p$ ($\Delta\omega$ – отклонение от резонансной частоты ω_p, при котором амплитуда уменьшается в $\sqrt{2}$ раза) [14].

При слабом рассеянии энергии перечисленные выше характеристики связаны между собой соотношением $\xi \approx \delta / 2\pi \approx \eta / 2 \approx \Delta E / (2E)$.

В настоящей статье в качестве характеристик демпфирования колебаний рассматривались логарифмический декремент δ и коэффициент относительного демпфирования ξ.

2. Об определяющем влиянии жидкого заполнения топливных баков жидкостных ракет-носителей на характеристики доминирующих гармоник продольных колебаний корпуса РН в задаче о продольной устойчивости РН тандемной схемы компоновки. Исследование влияния демпфирования колебаний жидкого топлива в баках и конструкции РН на продольную устойчивость проводилось применительно к трехступенчатой жидкостной РН, маршевые двигатели которой имеют насосную систему подачи топлива и выполнены по схеме без дожигания генераторного газа. Рассматривался участок активного полета РН с работающей маршевой ЖРДУ первой ступени. Исследование выполнялось на основе усовершенствованной линейной математической модели динамического взаимодействия ЖРДУ и корпуса РН, в которой продольные колебания корпуса РН описывались как механические колебания многосвязной диссипативной системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” [15].

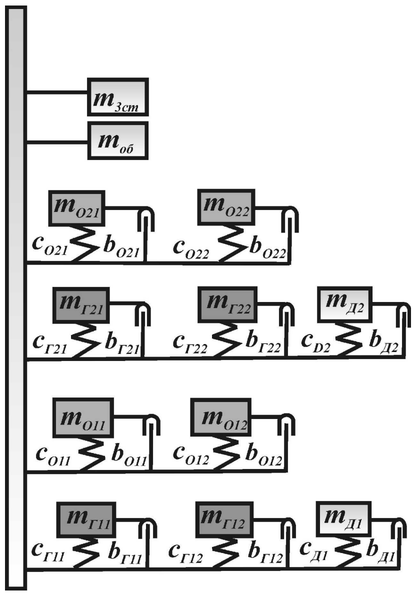

Рис. 1

При построении указанной модели использовалось представление корпуса в виде упругого тонкостенного стержня переменного сечения, на продольной оси которого расположены осцилляторы с вязким трением и жестко присоединенные массы [4, 16 – 18]. Упрощенная расчетная схема продольных колебаний корпуса РН представлена на рис. 1. Стержнем имитируется упругая конструкция РН, осцилляторами – двигатели и жидкое топливо в баках первой и второй ступени, жестко присоединенными массами – обтекатель и третья ступень. В расчетной схеме на рис. 1 учтены по одному тону механических колебаний ЖРД (точнее, системы “упругая рама – ЖРД”) и по два тона продольных колебаний жидкости в баках. Далее стержень в схеме «заменялся» цепочкой осцилляторов с вязким трением [5, 15 – 18]. Для большей наглядности результатов исследования значения декрементов колебаний всех осцилляторов полагались равными 0,07, что соответствует приблизительно 1,1 % от критического значения коэффициента демпфирования.

Таким образом, свободные продольные колебания корпуса РН моделировались как колебания разветвленной цепочки осцилляторов с демпфированием [5, 17, 18] и описывались матричным уравнением [16]:

$$M_K\,\delta\ddot{X}(t) + B_K\,\delta\dot{X}(t) + C_K\,\delta X(t) = 0\,, \tag{3}$$

где M_K, B_K, C_K – матрицы масс, коэффициентов демпфирования и жесткости; δX − вектор продольных перемещений элементов относительно положения статического равновесия; t – время полета.

Соответственно линейная (линеаризованная) математическая модель динамической системы “ЖРДУ – корпус РН” имела следующий вид [15, 16]:

$$M_K\,\delta\ddot{X}(t) + B_K\,\delta\dot{X}(t) + C_K\,\delta X(t) = U_K\delta Y(t)\,, \tag{4}$$

$$B_D\,\delta\dot{Y}(t) + C_D\,\delta Y(t) = U_D\delta\ddot{X}(t)\,, \tag{5}$$

где B_D, C_D − матрицы коэффициентов линеаризованной математической модели низкочастотной динамики ЖРДУ; δY – вектор отклонений параметров ЖРДУ от их номинальных значений; U_K, U_D – матрицы коэффициентов при возмущениях, действующих на корпус РН со стороны работающей ЖРДУ и, соответственно, на ЖРДУ со стороны корпуса РН при его продольных колебаниях.

Поскольку система “конструкция РН – жидкое топливо в баках” является слабо демпфированной, то уменьшение демпфирования колебаний ее звеньев (даже до нуля) практически не влияет на собственные частоты системы. С использованием этого факта в работе [16] был предложен метод определения “ключевых” динамических звеньев системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” – звеньев, оказывающих наибольшее влияние на параметры доминирующих тонов продольных колебаний корпуса РН. Метод предусматривает расчет параметров собственных колебаний системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” без учета диссипации энергии, с учетом демпфирования колебаний отдельных звеньев конечно-элементной модели корпуса РН и всех его динамических звеньев.

При анализе продольной устойчивости РН коэффициенты матричных уравнений (4) – (5) полагались «замороженными», а результаты расчета – зависящими от времени полета РН как от параметра.

Исследование динамических характеристик корпуса РН проводилось при различных уровнях заполнения топливных баков первой ступени РН, при этом задаваемые уровни заполнения баков соответствовали уровням их заполнения в фиксированные моменты времени полета РН при работе ЖРДУ ее первой ступени. Таким образом, коэффициенты матричного уравнения (3) также полагались «замороженными», а зависимость рассчитанных характеристик свободных продольных колебаний динамической системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” от уровня заполнения баков рассматривалась как зависимость от “условного” времени полета РН.

Параметры собственных колебаний (частоты и коэффициенты затухания) исследуемых систем определялись на основе расчета спектра собственных значений $\{\lambda_i\}$ их линейных операторов [16]. Как известно, в общем случае собственные значения линейного оператора системы представляют собой комплексные частоты ее собственных колебаний: $\lambda_i = -\alpha_i \pm j \cdot 2\pi f_i$, где f_i – i-я собственная частота (частота i-й гармоники), $\alpha_i = -\mathrm{Re}\,\lambda_i$ – коэффициент затухания (при $\alpha_i < 0$ – нарастания) колебаний с собственной частотой f_i. В качестве показателя затухания колебаний гармоники с частотой f_i использовался параметр $\delta_i = \alpha_i / f_i$, по форме представления аналогичный логарифмическому декременту колебаний одночастотной системы.

“Ключевые” динамические звенья корпуса РН определялись на основе сравнительного анализа показателей затухания собственных продольных колебаний системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках”, вычисленных без учета диссипации энергии и с учетом диссипации энергии лишь в одном динамическом звене этой системы.

Согласно результатам расчета спектра линейного оператора исследуемой системы “ЖРДУ – корпус РН”, рассматриваемая РН теряет продольную устойчивость: показатели затухания собственных колебаний этой системы для частот, близких к частотам I-й продольной моды корпуса (рис. 2, кривая 1) и ее II-й продольной моды (кривая 2) имеют области отрицательных значений. Таким образом, I-й и II-й тон продольных колебаний корпуса рассматриваемой РН являются доминирующими.

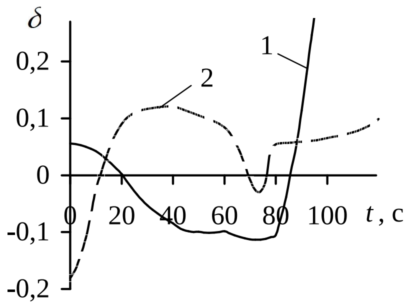

Рис. 2

Для выявления динамических звеньев корпуса РН, оказывающих определяющее влияние на декременты I-го и II-го тона его продольных колебаний, были выполнены расчеты комплексных частот колебаний системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” при разных значениях декрементов колебаний ее элементов. На рис. 3 представлены зависимости $\delta_1(t)$ и $\delta_2(t)$ декрементов I-го и II-го тона продольных колебаний корпуса РН от условного времени полета, построенные по результатам следующих вариантов расчета:

1 – с учетом демпфирования колебаний всех элементов разветвленной цепочки (декременты колебаний всех элементов полагались равными 0,07);

2 – с учетом демпфирования только I-го тона колебаний жидкого топлива в баке окислителя первой ступени (декремент колебаний осциллятора с

демпфированием, имитирующего эти колебания, полагался равным 0,07, остальных осцилляторов – нулю);

3 – с учетом демпфирования только I-го тона колебаний жидкого топлива в баке горючего первой ступени;

4 – с учетом демпфирования только I-го тона колебаний жидкого топлива в баке окислителя второй ступени;

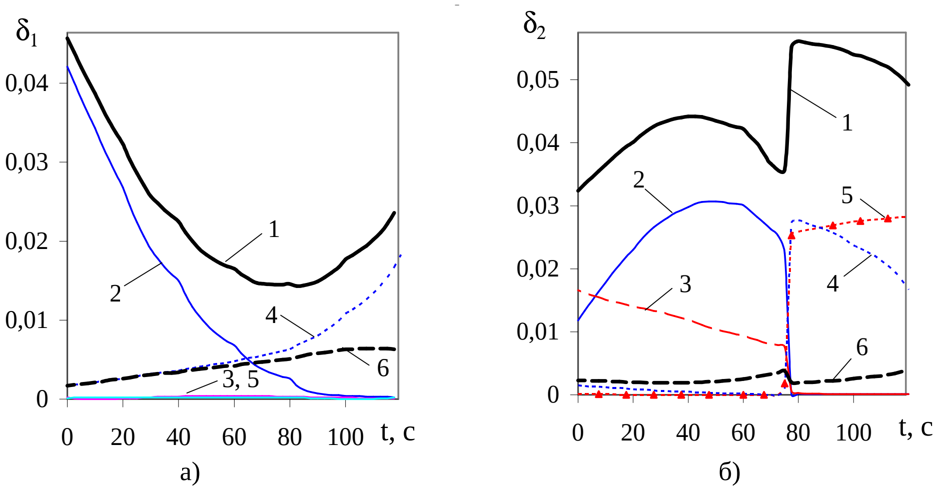

Рис. 3

5 – с учетом демпфирования только I-го тона колебаний жидкого топлива в баке горючего второй ступени;

6 – с учетом только конструкционного демпфирования (декременты колебаний “стержневых” осцилляторов, которыми моделируется несущая конструкция РН, равны 0,07, а осцилляторов, имитирующих колебания жидкости в баках РН и механические колебания ЖРД – нулю).

Как видно из рис. 3, на разных интервалах времени полета РН “ключевыми” для декрементов доминирующих тонов продольных колебаний корпуса являются разные динамические звенья системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках”. Расположение кривых 2, 4 и 6 относительно кривой 1 (рис. 3, а) и характер их изменения позволяет сделать вывод, что при $0 \le t \le 60$ с декремент I-го тона колебаний корпуса РН определяется, главным образом, демпфированием колебаний жидкости в баке окислителя ее первой ступени; при $t > 60$ с – демпфированием колебаний жидкости в баке окислителя второй ступени, а также (в значительно меньшей степени) – демпфированием колебаний несущей конструкции и в частности, третьей ступени РН, которая в расчетной схеме представлена массой, жестко присоединенной к несущей конструкции. Что касается декремента II-го тона колебаний корпуса (рис. 3, б), то при $t < 77$ с определяющими факторами для него являются декременты колебаний топлива в баках первой ступени, а при $t > 79$ с – в баках второй ступени.

Сделанный вывод подтверждают результаты анализа расчетных зависимостей собственных частот первых пяти тонов колебаний системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” от условного времени полета (рис. 4, кривые 1 – 5) и собственных частот продольных колебаний жидкого топлива в баках РН: частот I-го тона колебаний топлива в баках окислителя и горючего первой ступени РН (кривые 6, 7); II-го тона колебаний топлива в баке окислителя первой ступени (кривая 8); I-го тона колебаний топлива в баках окислителя и горючего второй ступени РН (кривые 9, 10). Как видно из рис. 4, на соответствующих интервалах времени собственные частоты I-го и II-го тона продольных колебаний ее корпуса (кривые 1, 2) близки к собственным частотам I-го тона продольных колебаний жидкого топлива в баках окислителя и горючего первой и второй ступеней РН.

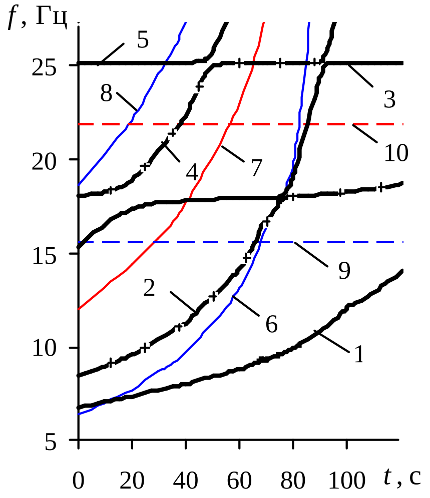

Рис. 4

Таким образом, в результате параметрического исследования системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” показано, что параметры собственных колебаний жидкости в баках оказывают определяющее влияние на частоты и декременты низших тонов собственных продольных колебаний корпуса жидкостной РН, которые, как правило, являются доминирующими в задаче о продольной устойчивости РН.

3. Учет демпфирования продольных колебаний корпуса жидкостной РН на основе обобщения различных экспериментальных данных при конечно-элементном моделировании продольных колебаний оболочечных конструкций с жидким заполнением.

3.1 Демпфирование продольных колебаний элементов конструкции корпуса РН. Поскольку в слабо демпфированных колебательных системах внутреннее трение практически не влияет на параметры собственных колебаний, моделирование продольных колебаний корпуса РН нередко проводится без учета диссипации энергии [1, 4]. Однако необходимо отметить, что вследствие изменения массы топлива в баках при полете РН могут реализовываться резонансные режимы. На резонансных режимах внутреннее трение существенно влияет на параметры колебаний корпуса РН и является фактором, существенно понижающим уровень амплитуд колебаний его элементов [14]. Таким образом, достоверный теоретический прогноз уровня амплитуд продольных колебаний РН может быть получен только при надлежащем выборе коэффициентов демпфирования в математической модели продольных колебаний корпуса РН.

При моделировании продольных колебаний корпуса РН следует иметь в виду, что потери энергии колебаний в материале конструкции жидкостной ракеты при упругих колебаниях не являются определяющими в общем балансе энергетических потерь [16], однако для его выполнения необходимо располагать по крайней мере оценочными значениями коэффициентов конструкционного демпфирования.

В работе [13] приведены диапазоны изменения коэффициента демпфирования колебаний η в оболочечных конструкциях ракет при различных источниках демпфирования. В частности, для материального демпфирования (внутреннего трения в материале) в металлах значение η при низких, средних и высоких нагрузках находится в диапазоне от 0,001 до 0,01. Таким же является диапазон изменения коэффициента η для стрингеров. При соединении стыков сваркой и клепкой значение η находится в диапазоне от 0,01 до 0,05, а при винтовых соединениях – от 0,02 до 0,1.

Кроме того, значения коэффициентов демпфирования (в частности, логарифмического декремента колебаний) зависят от амплитуды колебаний напряжений. В наибольшей степени эта зависимость проявляется в зоне малых деформаций [16 – 19].

Приведенную в работе [5] графическую зависимость декремента колебаний δ от напряжений ± , экспериментально полученную для образца из алюминиевого сплава, можно представить следующим образом:

$$\delta(\sigma) = \delta^{\sigma} + \frac{\partial\delta}{\partial\sigma}\sigma . \qquad (6)$$

В том случае, если напряжение σ измеряется в кгс/см^2, коэффициенты выражения (6) имеют следующие значения: $\delta^{\sigma} = 0{,}01$; $\frac{\partial\delta}{\partial\sigma} = 4{,}0\times10^{-5}$.

Выражение (6) может быть использовано для учета зависимости декрементов колебаний δ элементов конструкции РН от напряжений ± при построении математической модели продольных колебаний корпуса РН.

3.2 Обобщение результатов экспериментальных исследований продольных колебаний ракетных конструкций с жидким топливом в баках. Как известно, декременты доминирующих гармоник упругих колебаний корпуса жидкостной РН зависят от уровня заполнения баков жидким топливом и от амплитуд относительных деформаций, возникающих при продольных колебаниях (напр., [11]). Для того чтобы установить характер этих зависимостей и закономерности изменения декрементов колебаний, проведено обобщение результатов анализа динамических испытаний жидкостных ракет и их конструктивно подобных моделей: физической модели в масштабе 1:6,5 корпуса РН “Зенит”, ракеты 15А15 и ее физической модели, выполненной в масштабе 1:3,7, физической модели в масштабе 1:5 ракеты-прототипа РН “Днепр” и ее низших ступеней, а также физической модели в масштабе 1:5 японской ракеты-носителя Н-2 [20]. Эти экспериментальные исследования проводились в периоды выполнения проектных и исследовательских работ по указанным ракетам.

Экспериментальные данные о логарифмических декрементах доминирующих гармоник продольных колебаний корпуса жидкостных ракет, полученные для физической модели 1:5 ракеты 15А14 и физической модели 1:3,7 ракеты 15А15, обобщены и представлены соответственно на рис. 5, а и рис. 5, б в виде зависимостей декрементов I-го и II-го тона собственных продольных колебаний корпуса ракеты от степени заполнения топливных баков первой ступени (на рисунках степень заполнения баков *u* задана в процентном отношении текущего уровня заполнения к максимальному). Области значений декрементов I-го тона колебаний корпуса РН обозначены на этих рисунках цифрой 1, области значений декрементов II-го тона – цифрой 2. Как видно из рис. 5, для рассматриваемых РН значения декрементов двух низших тонов собственных продольных колебаний корпуса находятся в интервале (0,016; 0,12), при этом с уменьшением уровня заполнения топливных баков они увеличиваются.

На рис. 6, 7 показаны зависимости декрементов I-го и II-го тона собственных продольных колебаний корпуса ракеты с топливом в баках от амплитуд относительных деформаций $a_{\max}$, полученных по осциллограммам затухающих колебаний корпуса жидкостных ракет при разной степени заполнения топливных баков их первой ступени.

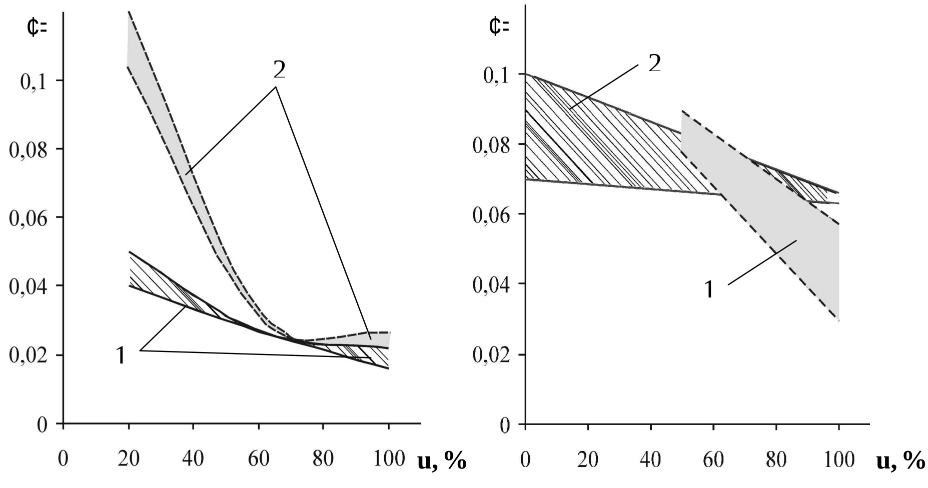

Рис. 5

Графики на рис. 6, а, б, в, г изображают указанные зависимости для корпуса ракеты 15А15 при заполнении топливных баков ее первой ступени на 100 %, 50 %, 25 %, 0 % соответственно.

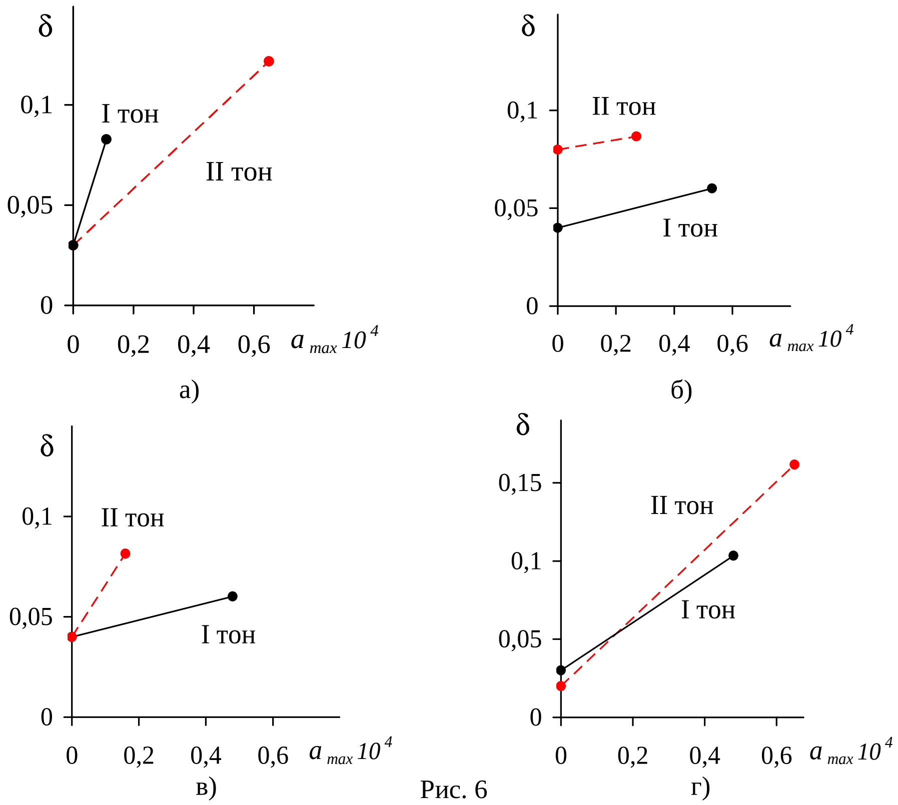

Рис. 6

Зависимости $\delta_1(a_{max})$ и $\delta_2(a_{max})$, полученные на основе результатов динамических испытаний физической модели 1:6.5 корпуса РН “Зенит” при заполнении топливных баков первой ступени РН на 100 % и 50 %, показаны на рис. 7 (рис. 7, а – для I-го тона продольных колебаний корпуса РН, рис. 7, б – для II-го тона).

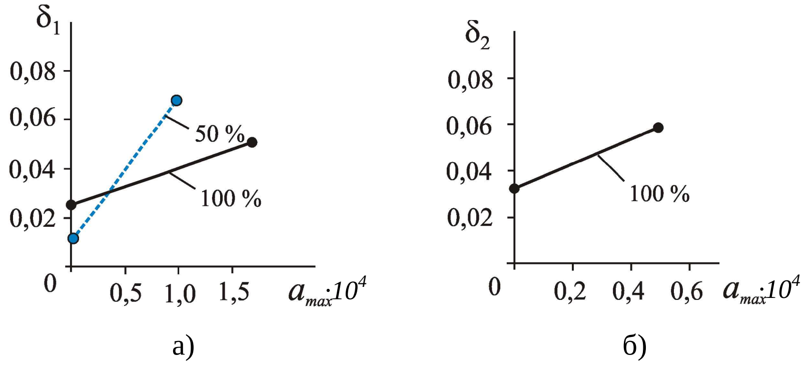

Рис. 7

Как видно из рис. 6, 7, для ракетных конструкций значение декремента колебаний корпуса РН увеличивается с увеличением амплитуд относительных деформаций.

Для различных уровней заправки топливных баков РН определены линейные регрессии [21]

$$\delta(a) = \delta^0 + \frac{\partial \delta}{\partial a} a \ , \qquad (7)$$

где δ^0 – постоянная составляющая логарифмического декремента колебаний корпуса, не зависящая от его амплитуды колебаний *a*.

Линейная зависимость (7) физически непротиворечива, так как три основные механизма рассеивания энергии (гидродинамическое сопротивление, вязкое и сухое трение) теоретически предполагают линейную связь декрементов с деформациями при положительных, нулевых и отрицательных производных соответственно.

Проведенный анализ позволил определить минимальные значения коэффициентов в выражении (7): для I-го тона продольных колебаний корпуса РН $\delta^0 \approx 0{,}025$, $\frac{\partial \delta}{\partial a} \approx 150$; для II-го тона – $\delta^0 \approx 0{,}035$, $\frac{\partial \delta}{\partial a} \approx 500$.

Отметим также, что согласно [12] значения логарифмических декрементов доминирующих гармоник упругих продольных колебаний ракетных конструкций в целом находятся в диапазоне (0,02; 0,25), при этом значения, меньшие 0,015 или большие 0,35, отмечались крайне редко. В частности, для РН “Сатурн” и “Восток” значения декрементов продольных колебаний конструкций находились в диапазоне (0,03; 0,06) [11].

4. Об учете диссипации энергии при построении конечно-элементной модели продольных колебаний корпуса жидкостной РН. Представленные выше результаты обобщения экспериментальных данных по затуханию свободных продольных колебаний конструкции жидкостных РН и жидкости в их топливных баках позволяют определить значения коэффициентов демпфирования b_i в уравнениях звеньев системы (3) и системы (4) – (5) с учетом не только упругих и диссипативных связей между ее элементами, но и с учетом зависимости декрементов колебаний элементов от амплитуд. При построении конечно-элементной модели корпуса РН значения декрементов колебаний ее элементов выбираются на основе экспериментальных данных, приведенных в пункте 3, с тем, чтобы значения логарифмических декрементов доминирующих продольных гармоник корпуса РН находились в диапазонах, указанных в пункте 3.2.

Продольные перемещения x_i элементов разветвленной цепочки, схематизирующей корпус РН, описываются уравнениями концевых, промежуточных и сложных звеньев [5]. Концевое звено представляет собой элемент массой m_i, который соединен со смежным элементом, имеющим массу m_{i-1}, невесомой пружиной с жесткостью c_i. Промежуточное звено – это элемент массой m_i, который соединен с двумя смежными элементами, имеющими массы m_{i-1} и m_{i+1}, невесомыми пружинами с жесткостью c_i и c_{i+1} соответственно. Концевые и промежуточные звенья, к которым приложена внешняя сила $F_{i\,k} = \sum_k m_k \ddot{x}_k$, являются сложными звеньями.

Для определения коэффициентов демпфирования b_i в уравнениях концевых звеньев

$$m_i \ddot{x}_i + b_i(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) + c_i(x_i - x_{i-1}) = F_{i\,k} \tag{8}$$

предлагается использовать выражение

$$b_i = (\delta_i^0 + F_i(a_i)) \cdot \frac{\sqrt{c_i \cdot m_i}}{2\pi}\ , \tag{9}$$

а в уравнениях промежуточных звеньев

$$m_i \ddot{x}_i + c_{i+1}(x_i - x_{i+1}) + b_{i+1}(\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1}) + c_i(x_i - x_{i-1}) + b_i(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) = 0 \tag{10}$$

предлагается использовать выражение

$$b_i = (\delta_i^0 + F_i(a_i)) \frac{\sqrt{(c_i + c_{i+1}) m_i}}{2\pi}. \tag{11}$$

Здесь x_i – продольное перемещение i-го элемента цепочки, имеющего массу m_i.

Выражения (9), (11) позволяют при определении коэффициентов демпфирования колебаний элементов цепочки учесть их зависимость от амплитуд относительной деформации. Если при определении b_i с помощью (9), (11) использовать зависимость (7), то значение $F_i(a_i)$ можно положить равным

$\frac{\partial\delta}{\partial a} a_i$. Тогда в случае продольной неустойчивости ракеты, (т. е. при амплитудах относительной деформации $a_i \neq 0$) значение b_i может быть рассчитано по значению a_i .

В настоящее время расчеты параметров колебаний упругих оболочечных конструкций с жидкостью, как правило, проводятся с использованием современных компьютерных средств конечно-элементного анализа (CAE-систем), например, таких как ANSYS или NASTRAN [21, 22]. Математическое моделирование пространственных колебаний жидкостной РН как сложной оболочечной конструкции с отсеками, содержащими жидкое топливо, ввиду громоздкости исследуемой динамической системы наиболее удобно выполнять в среде CAE-системы [23, 24]. При этом колебательное движение системы описывается матричным дифференциальным уравнением:

$$M\ddot{X}(t) + B\dot{X}(t) + CX(t) = F , \tag{12}$$

где M , B , C – соответственно матрицы масс, коэффициентов демпфирования и жесткости, имеющие порядок n_1 ; n_1 – количество степеней свободы динамической системы; X , F – соответственно векторы узловых перемещений и приложенных к системе возмущающих сил, имеющие длину n_1 ; t – текущее время.

В соответствии с методическими положениями, заложенными при построении CAE-системы [23], матрица коэффициентов демпфирования может быть представлена в виде:

$$B = \alpha M + \beta C + \sum_{j=1}^{N_{mat}} \beta_j C_j + \beta_c C + K_\zeta + \sum_{k=1}^{Nel} K_k \tag{13}$$

где α , β – коэффициенты при матрице масс и при матрице жесткости (в модели демпфирования по Рэлею); β_j – коэффициент при матрице жесткости для материала j ; β_c – переменный коэффициент к матрице жесткости ($\beta_c = \frac{\zeta}{\pi f} = \frac{2\zeta}{\omega}$); K_ζ – матрица демпфирования, зависящая от частоты ($X_r^T K_\zeta X_r = 4\pi f_r \zeta_r$); $\zeta_r = \zeta + \zeta_{mr}$ – коэффициент демпфирования r -той моды колебаний динамической системы; ζ – постоянная величина коэффициента демпфирования; ζ_{mr} – модальная степень демпфирования; f_r – частота, соответствующая моде r ; X_r – вектор перемещений, соответствующий моде колебаний r ; K_k – матрица демпфирования отдельного элемента (поэлементное демпфирование предполагает использование специальных типов элементов, имеющих характеристики вязкого демпфирования).

Представление матрицы B в таком виде дает возможность использовать при расчетах различные модели трения, выбирая соответствующие составляющие в правой части равенства (13).

Для учета диссипации энергии при моделировании продольных колебаний корпуса ракеты с жидким топливом в баках можно сформулировать следующие рекомендации.

При моделировании колебаний оболочечных конструкций топливных баков РН следует использовать конечные элементы «упругая оболочка». Для учета диссипации энергии колебаний этих конструкций в модель вводится поэлементное демпфирование (демпфирование конкретных конечных элементов задается коэффициентами матрицы K_k). При этом моделирование продольных колебаний оболочечных элементов корпуса РН, в которых конструктивно не предусмотрено интенсивного рассеяния энергии колебаний (как, например, в демпферах колебаний), учет диссипации энергии целесообразно проводить с использованием зависимости (6). В конечно-элементной модели конструкции РН значения декрементов колебаний элементов выбираются на основе экспериментальных данных, приведенных в пункте 3.1

Для математического описания колебательного движения жидкости в топливных баках целесообразно применять конечные элементы «трехмерная жидкость» [23]. При этом в конечно-элементной модели корпуса жидкостной РН значения декрементов колебаний элементов «трехмерная жидкость» выбираются на основе экспериментальных данных, приведенных в пункте 3.2.

Выводы. В результате параметрического исследования системы “конструкция РН – жидкое топливо в баках” показано, что параметры собственных колебаний жидкости в баках оказывают определяющее влияние на частоты и декременты низших тонов собственных продольных колебаний корпуса жидкостной РН, которые, как правило, являются доминирующими в задаче о продольной устойчивости РН.

Проанализированы и обобщены экспериментальные значения коэффициентов демпфирования колебаний жидкого топлива в баках жидкостных РН, коэффициентов демпфирования колебаний несущих конструкций жидкостных РН и конструктивно подобных моделей жидкостных ракет. На основе результатов динамических испытаний ракет и их физических моделей получены линейные зависимости логарифмических декрементов колебаний ракетных конструкций с жидким топливом в баках от уровня заполнения баков и амплитуд упругих деформаций конструкции. Представленные зависимости могут быть использованы для определения коэффициентов демпфирования при моделировании продольных колебаний корпуса жидкостной РН и теоретическом прогнозе продольной устойчивости.

Разработаны методические рекомендации по учету рассеяния энергии колебаний элементов конструкций жидкостных ракет-носителей и демпфирования колебаний жидкого топлива в их баках при построении конечно-элементных моделей и математическом моделировании продольных колебаний корпуса РН, в том числе на режимах с резонансным возрастанием амплитуд колебаний корпуса РН.

1. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты / *М. С. Натанзон*. – М. : Машиностроение, 1977. – 208 с.
2. *Oppenheim B. W.* Advanced Pogo Stability Analysis for Liquid Rockets / *B. W. Oppenheim, S. Rubin* // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1993. – Vol. 30, No. 3. – P. 360 – 383.
3. *Pilipenko V. V.* Providing the LPRE-Rocket Structure Dynamic Compatibility / *V. V. Pilipenko* // AIAA / SAE / ASME / ASEE 29th Joint Propulsion Conference and Exhibit (June 28 – 30, 1993). – Monterey, CA. – 1993. – AIAA 93 - 2422.
4. *Колесников К. С.* Динамика ракет / *К. С. Колесников*. – М. : Машиностроение, 1980. – 376 с.

5. *Гладкий В. Ф.* Динамика конструкции летательного аппарата / *В. Ф. Гладкий*. – М. : Наука, 1969. – 496 с.
6. *Fenwick J.* POGO // Threshold. Rocketdyne's engineering journal of power technology / *J. Fenwick*. – 1992. – Spring. – P. 21 – 22.
7. Теоретическое определение амплитуд продольных колебаний жидкостных ракет-носителей / *В. В. Пилипенко, Н. И. Довготько, С. И. Долгополов, А. Д. Николаев, В. А. Серенко, Н. В. Хоряк* // Космічна наука і технологія. – 1999. – Т. 5, № 1. – С. 90 – 96.
8. Теоретическое определение динамических нагрузок (продольных виброускорений) на конструкцию жидкостной ракеты РС–20 на активном участке траектории ее полета / *В. В. Пилипенко, Н. И. Довготько, А. Д. Николаев, С. И. Долгополов, Н. В. Хоряк, В. А. Серенко* // Техн. механика. – 2000. – № 1. – С. 3 – 18.
9. *Пилипенко В. В.* Кавитационные автоколебания / *В. В. Пилипенко*. – К. : Наук. думка, 1989. – 316 с.
10. *Пановко Я. Г.* Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / *Я. Г. Пановко* .– М. : Физматгиз, 1960. – 193 с.
11. *Микишев Г. Н.* Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов / *Г. Н. Микишев*. – М. : Машиностроение, 1978. – 248 с.
12. *Рабинович Б. И.* Введение в динамику ракет-носителей космических аппаратов / *Б. И.Рабинович*. – 2-е изд. перераб. – М. : Машиностроение, 1983. – 296 с.
13. *Hilbrandt E.* Damping representation related to Spacecraft Structural Design / *E. Hilbrandt* // Accuracy, Reliab. and Train. FEM Technol. Proc. 4th World Congress, Interlaken, 17–21 Sept., 1984. – P. 21 – 31.
14. Вибрации в технике : Справочник в 6 томах. Том 2. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. *И. И. Блехмана*. – М. : Машиностроение, 1979. – 351 с.
15. *Хоряк Н. В.* Математическое моделирование взаимодействия продольных колебаний корпуса жидкостной ракеты как многосвязной упруго-диссипативной системы и динамических процессов в двигательной установке / *Н. В. Хоряк, А. Д. Николаев* // Техническая механика. – 2010. – № 3. – С. 27 – 37.
16. *Хоряк Н. В.* Влияние диссипации энергии колебаний жидкого топлива в баках и конструкционного демпфирования жидкостной ракеты-носителя на ее продольную устойчивость / *Н. В. Хоряк* // Техническая механика. – 2013. – № 3. – С. 21 – 33.
17. *Николаев А. Д.* Определение параметров собственных продольных колебаний конструкции корпуса жидкостных ракет-носителей с учетом диссипации энергии / *А. Д. Николаев, Н. В. Хоряк* // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – Вып. 4/12. – С. 62 – 73.
18. Динамика старта жидкостных ракет-носителей космических аппаратов / *Г. И. Богомаз, Н. Е. Науменко, М. Б. Соболевская, И. Ю. Хижа*. – К. : Наукова думка, 2005. – 248 с.
19. Прочность материалов и конструкций / Отв. ред. *В. Т. Ярошенко*. – К. : Академпериодика, 2005. – 1088 с.
20. Vibration Testing of a 1/5 Scale Model of H-II Launch Vehicle / *M. Minegishi , M. Sano, K. Komatsu, T. Morita, Y. Morino, K. Tomioka, I. Ujino* // Report of National Aerospace Laboratory. – TR-1061. – 1990. – 154 с.
21. *Пустыльник Е. И.* Статистические методы анализа и обработки наблюдений / *Е. И. Пустыльник*. – М. : Наука, Главная ред. физико-математической литературы. – 1968. – 288 с.
22. *Kohnke P.* Ansys Inc. Theory Manual. 001369. Twelfth Edition / *P. Kohnke*. – Canonsburg : SAS IP, 2001. – 1266 p.
23. *Ли К.* Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / *К. Ли*. – Санкт-Петербург : Питер, 2004. – 560 с.
24. *Башлий И. Д.* Математическое моделирование пространственных колебаний оболочечных конструкций с жидкостью с использованием современных средств компьютерного проектирования и анализа / *И. Д. Башлий, А. Д. Николаев* // Техническая механика. – 2013. – № 2. – С. 18 – 25.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 25.05.2016,
в окончательном варианте 08.06.2016

Государственное предприятие «Конструкторское
бюро «Южное» им. М. К. Янгеля»,
Днепропетровск