УДК 532.528:621 https://doi.org/10.15407/itm2020.03.018

С. І. ДОЛГОПОЛОВ

ВЕРИФІКАЦІЯ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ КАВІТУЮЧИХ НАСОСІВ РРД ЗА ТЕОРЕТИЧНИМИ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИМИ ПЕРЕДАВАЛЬНИМИ МАТРИЦЯМИ НАСОСІВ

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: dolmrut@gmail.com

Кавітаційні каверни, розташовані на вході в насос, можуть призводити до збурення неприпустимих кавітаційних автоколивань в системі живлення рідинних ракетних двигунів (РРД), а також викликати поздовжні коливання рідинних ракет (POGO-нестійкість) при близькості власних частот коливань рідини і конструкції ракети. Тому важливо не допустити а ні кавітаційних, а ні поздовжніх коливань ще на етапі конструювання двигуна і ракети. Для цього необхідна надійна математична модель динаміки кавітуючих насосів РРД. Проведено верифікацію гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД з використанням експериментальних і теоретичних передавальних матриць кавітуючих насосів. Експериментальна передавальна матриця запозичена з роботи Бреннена, Мейсснера, Ло і Хоффмана, яка серед представлених в літературі експериментальних передавальних матриць має найменший розкид значень. Теоретична передавальна матриця запозичена з роботи В. Пилипенка та Ю. Кваші, де вона отримана для кавітуючого насоса, як системи з розподіленими параметрами. Проведено верифікацію чотирьох варіантів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД і розглянуто шість можливих коефіцієнтів моделі. Тільки один коефіцієнт інерційного опору рідини на ділянці розташування кавітаційної каверни приймає від'ємне значення, що суперечить його фізичному змісту і тому не може використовуватися в моделі динаміки кавітуючих насосів. Результати верифікації гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД показали, що модель динаміки кавітуючих насосів, яка включає чотири коефіцієнти моделі, дозволяє задовільно описати кавітаційні явища в насосах РРД в частотному діапазоні до 200 Гц. У число цих коефіцієнтів входять кавітаційна пружність, кавітаційний опір, час затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн в насосі, а також постійна часу кавітаційних каверн або коефіцієнт розподілу кавітаційного опору.

Ключові слова: *рідинний ракетний двигун, шнековідцентровий насос, кавітація, передавальна матриця, гідродинамічна модель, ланка запізнювання, веріфікафія*.

Cavities at the pump inlet may lead to inadmissible cavitation self-oscillations in the feed system of liquid-propellant rocket engines (LPREs) and to POGO instability if the oscillation frequency of the liquid is close to that of the rocket structure. Because of this, it is important to prevent both cavitation and POGO oscillations as early as at the engine and rocket design stage. This calls for a reliable mathematical model of the dynamics of LPRE cavitating pumps. In this paper, a hydrodynamic model of LPRE cavitating pumps is verified using theoretical and experimental transfer matrices of cavitating pumps. The experimental transfer matrix was borrowed from Brennen, Meissner, Lo, and Hoffman's work because it features the least spread of values among the matrices reported in the literature. The theoretical matrix was borrowed from Pilpenko and Kvasha's work where is was constructed for a cavitating pump as a distributed-parameter system. Four versions of the hydrodynamic model of LPRE cavitating pumps are verified, and six possible model coefficients are considered. Only one coefficient, namely, the liquid inertance at the cavity location, takes a physically meaningless negative value, which makes its use impossible. The verification results show that a four-coefficient model of cavitating pipe dynamics adequately describes cavitation effects in LPRE pumps over the frequency range up to 200 Hz. The four coefficients are the cavitation elasticity, the cavitation resistance, the cavity-caused disturbance transfer delay time, and the cavity time constant or the cavitation resistance distribution coefficient.

Keywords: *liquid-propellant rocket engine, inducer-equipped centrifugal pump, cavitation, transfer matrix, hydrodynamic model, delay element, verification.*

Вступ. Кавітація в насосах рідинних ракетних двигунів (РРД) має кілька аспектів свого прояву в ракетній техніці. Традиційним і найбільш відомим аспектом є кавітаційний зрив роботи насоса у стаціонарному режимі [1]. Конструювання насосів РРД направлено на зменшення тиску зриву насоса і недопущення зриву.

Крім цього, є ще два аспекти, пов'язані з динамікою РРД і динамікою всієї ракети. Кавітаційні каверни, розташовані на вході в насос, можуть призводити до збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД [2] і є неприпустимими через порушення нормальної роботи системи управління,

агрегатів двигунної установки і навіть можливого руйнування елементів конструкції ракети.

Ці ж кавітаційні каверни, незважаючи на їх порівняно малий об'єм, мають значну податливість, завдяки якій власна частота коливань рідини в системі живлення рідинної ракетної двигуної установки (РРДУ) знижується до небезпечних значень, потрапляючи в діапазон зміни власних частот коливань конструкції ракети. Близькість власних частот коливань рідини і конструкції ракети може бути причиною небезпечного явища – поздовжніх коливань ракет (POGO-нестійкості) [3], здатного порушити виконання завдання польоту ракети.

Тому важливо не допустити а ні кавітаційних, а ні поздовжніх коливань ще на етапі конструювання і відпрацювання систем двигуна і ракети. Для цього необхідна надійна математична модель динаміки кавітуючих насосів РРД, яка дозволяє проводити досить точні розрахунки динамічних характеристик двигуна.

Серед безлічі теоретичних і напівемпіричних моделей динаміки кавітуючих насосів РРД зупинимося тут на останніх. Їх використання дозволяє отримати більш точні результати. Напівемпіричні моделі припускають відомим математичний зв'язок між параметрами насоса і використовують результати його експериментальних досліджень. Відомо два види експериментальних даних, що використовуються для перевірки побудови напівемпіричних моделей кавітуючих насосів РРД. Напівемпіричний спосіб визначення пружності і об'єму кавітаційних каверн, запропонований В. В. Пилипенком [4], використовує експериментальні залежності частот кавітаційних автоколивань від режимних параметрів. В роботі [5] вперше визначено експериментальні передавальні матриці кавітуючих насосів, які використані для побудови математичної моделі насоса.

У даній роботі проведено верифікацію гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД [2] з використанням експериментальних і теоретичних передавальних матриць кавітуючих насосів. Ця модель заснована на теорії струминного кавітаційного обтікання решітки профілів, в якій основною причиною самозбудження автоколивань є від'ємний кавітаційний опір рідини в міжлопаточних каналах шнекового переднасоса. Теоретичні передавальні матриці насоса, що використовуються, отримані як системи з розподіленими параметрами [6].

Метою цієї роботи є уточнення структури гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД за теоретичними і експериментальними передавальними матрицями насосів.

1. Гідродинамічна модель кавітуючих насосів РРД. Лінійна гідродинамічна модель кавітуючих насосів РРД [2] включає рівняння динаміки кавітаційних каверн і рівняння балансу витрат в проточній частині насоса

$$¢p_1 = B_1 ¢V_K + B_2 ¢G_1 + B_1 T_K \frac{d¢V_K}{dt} + J_K \frac{d¢G_1}{dt}, \qquad (1)$$

$$¥ \frac{d¢V_K}{dt} = ¢G_2 - ¢G_1, \qquad (2)$$

де ¢ – символ вказує на відхилення, що стоїть поряд з параметром; p_1, G_1 – тиск і витрата рідини на вході в насос; t – час; B_1, V_K, T_K – пружність, об'єм і постійна часу кавітаційних каверн; γ – питома вага рідини; G_2 – витрата рідини на виході з насоса; J_K – коефіцієнт інерційного опору рідини на ділянці розташування кавітаційної каверни [2].

При виключенні змінної V_K з (1) і (2) і переході в частотну область, рівняння динаміки кавітаційних каверн набуде вигляду

$$j\mu\text{¢}p_1 = -\frac{B_1}{¥}\left(\text{¢}G_1 - \text{¢}G_2\right) + j\mu\left(B_2 - \frac{B_1 T_K}{¥}\right)\text{¢}G_1 + j\mu\frac{B_1 T_K}{¥}\text{¢}G_2 + \mu^2 J_K\,\text{¢}G_1, \quad (3)$$

де j – уявна одиниця; μ – кутова частота коливань.

Для зручності подальшого викладу назвемо умовно цю модель – модель 1.

В даний час часто для вирішення завдань динаміки кавітуючих насосів РРД використовується рівняння динаміки кавітаційних каверн без J_K [7, 8]. Для другого варіанту верифікації гідродинамічної моделі будемо використовувати таке рівняння (без J_K), доповнене ланкою запізнювання відносно тиску на вході в насос (модель 2)

$$j\mu\text{¢}p_1' = -\frac{B_1}{¥}\left(\text{¢}G_1 - \text{¢}G_2\right) + j\mu\left(B_2 - \frac{B_1 T_K}{¥}\right)\text{¢}G_1 + j\mu\frac{B_1 T_K}{¥}\text{¢}G_2, \quad (4)$$

$$\text{¢}p_1' = \text{¢}p_1\left(t - ²_K\right) = \text{¢}p_1 e^{-j\mu ²_K}, \quad (5)$$

тут p_1, як і раніше, тиск на вході в насос, а p_1' – тиск в місці розташування зосередженої кавітаційної податливості; $²_K$ – час запізнювання – час затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн в насосі.

Розглянуто також третій варіант верифікації гідродинамічної моделі, у якому ланка запізнювання апроксимована рядом Тейлора 1-го порядку (модель 3)

$$e^{-j\mu ²_K} \approx \frac{1}{1 + j\mu ²_K}.$$

Цей варіант має велике практичне значення, оскільки отримані в цьому випадку диференціальні рівняння можуть бути використані в нелінійних моделях, а їх рішення проведено порівняно простими методами числового інтегрування.

Аналіз рівняння динаміки кавітаційних каверн (4) показує, що значення членів рівняння з $j\mu\text{¢}G_1$ і $j\mu\text{¢}G_2$ можуть інтерпретуватися як розподіл кавітаційного опору B_2 між вхідним G_1 і вихідним G_2 витратами. При цьому сумарний (для витрат G_1 і G_2) кавітаційний опір залишається незмінним. Введемо коефіцієнт k_2 для розподілу B_2 між витратами G_1 і G_2. Тоді рівняння динаміки кавітаційних каверн (4) набуде вигляду

$$j\mu\text{¢}p_1' = -\frac{B_1}{¥}\left(\text{¢}G_1 - \text{¢}G_2\right) + j\mu k_2 B_2\,\text{¢}G_1 + j\mu\left(1 - k_2\right)B_2\text{¢}G_2. \quad (6)$$

Коефіцієнт k_2 може змінюватися від 0 до 1 і однозначно пов'язаний з параметрами кавітаційної течії

$$k_2 = 1 - \frac{B_1 T_K}{¥ B_2}. \qquad (7)$$

Він може бути використаний в гідродинамічній моделі замість T_K. Модель для верифікації з його використанням назвемо – модель 4.

Ілюстрація моделі 4 представлена на рис. 1. Тут через a-b позначено вхід в проточну частину насоса, через c-d – її вихід. Зосереджена податливість кавітаційних каверн розташовується в місці тиску p_1'. У цьому перерізі змінюється витрата рідини з G_1 на G_2. Коефіцієнт k_2 показує, яка частина кавітаційного опору B_2 відноситься до витрати G_1, решта $(1-k_2)$ – до витрати G_2. Тиск на вході в насос p_1 не дорівнює тиску p_1' в місці розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн, час $²_K$ характеризує затримку передачі збурення між тисками p_1 і p_1'.

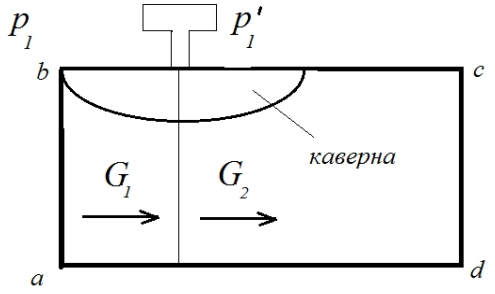


Рис. 1

2. Визначення параметрів гідродинамічної моделі за передавальними матрицями насосів. Рівняння динаміки кавітуючого насоса як чотириполюсника зручно записувати у формі В, що виражає його вихідні параметри через вхідні

$$\begin{cases} ¢p_2 = b_{11}\,¢p_1 + b_{12}\,¢G_1 \\ ¢G_2 = b_{21}\,¢p_1 + b_{22}\,¢G_1 \end{cases}, \qquad (8)$$

де b_{11}, b_{12}, b_{21} и b_{22} – елементи передавальної матриці насоса.

У даній роботі будемо розглядати тільки другий рядок матриці, що включає рівняння динаміки кавітаційних каверн.

Кількість дійсних і уявних частин коефіцієнтів другого рядка передавальної матриці насоса (8) дорівнює чотирьом і дорівнює кількості змінних моделей 1, 2, 3 і 4. Це дозволяє однозначно визначити всі коефіцієнти моделей. Якщо якийсь коефіцієнт моделі є «зайвим» або надмірним, то в результаті верифікації моделі він прийме нульове значення. Якщо кількість необхідних коефіцієнтів моделі буде більше чотирьох (це буде видно по змінюваному коефіцієнту в розглянутому частотному діапазоні), то буде потрібно залучення додаткових теоретичних або експериментальних співвідношень, що пов'язують ці коефіцієнти моделі.

З (3) можуть бути визначені елементи b_{21} і b_{22} матриці (8) для моделі 1

$$b_{21} = \frac{j\mu ¥}{B_1(1 + j\mu T_K)}, \qquad b_{22} = 1 - \frac{j\mu ¥(B_2 + j\mu J_K)}{B_1(1 + j\mu T_K)}. \qquad (9)$$

Тоді дійсні та уявні частини елементів передавальної матриці насоса b_{21} і b_{22} визначаться виразами

$$\mathrm{Re}\,b_{21} = \frac{\mu^2 ¥ T_K}{B_1\left(1+\mu^2 T_K{}^2\right)}, \qquad \mathrm{Im}\,b_{21} = \frac{\mu ¥}{B_1\left(1+\mu^2 T_K{}^2\right)}, \tag{10}$$

$$\mathrm{Re}\,b_{22} = 1 - \frac{\mu^2 ¥ \left(B_2 T_K - J_K\right)}{B_1\left(1+\mu^2 T_K{}^2\right)}, \qquad \mathrm{Im}\,b_{22} = -\frac{\mu ¥ B_2 + \mu^3 ¥ T_K J_K}{B_1\left(1+\mu^2 T_K{}^2\right)}. \tag{11}$$

Щодо шуканих коефіцієнтів моделі 1 B_1, B_2, T_K і J_K система рівнянь (10) – (11) є лінійною, а вираження для визначення цих коефіцієнтів матимуть вигляд

$$T_K = \frac{\mathrm{Re}\,b_{21}}{\mathrm{Im}\,b_{21}\,\mu}, \qquad B_1 = \frac{\mu^2 ¥ T_K}{\mathrm{Re}\,b_{21}\left(1+\mu^2 T_K{}^2\right)}, \tag{12}$$

$$B_2 = \frac{B_1}{¥}\left[\left(1-\mathrm{Re}\,b_{22}\right)T_K - \frac{\mathrm{Im}\,b_{22}}{\mu}\right], \quad J_K = -\frac{B_1}{¥}\left[\frac{1-\mathrm{Re}\,b_{22}}{\mu^2} + \frac{\mathrm{Im}\,b_{22} T_K}{\mu}\right]. \tag{13}$$

Для моделі 2 вирази для елементів передавальної матриці насоса b_{21}, b_{22} і для шуканих коефіцієнтів B_1, B_2, T_K і $²_K$ приймуть вид

$$b_{21} = \frac{j\mu ¥ e^{-j\mu ²_K}}{B_1\left(1+ j\mu T_K\right)}, \qquad b_{22} = 1 - \frac{j\mu ¥ B_2}{B_1\left(1+ j\mu T_K\right)}, \tag{14}$$

$$T_K = \frac{\mathrm{Re}\,b_{22} - 1}{\mathrm{Im}\,b_{22}\,\mu}, \qquad ²_K = \frac{1}{\mu} arctg \frac{\dfrac{\mathrm{Re}\,b_{21}}{\mathrm{Im}\,b_{21}} - \mu T_K}{1 + \mu T_K \dfrac{\mathrm{Re}\,b_{21}}{\mathrm{Im}\,b_{21}}}, \tag{15}$$

$$B_1 = \frac{\mu ¥ \left(\cos(\mu ²_K) - \mu T_K \sin(\mu ²_K)\right)}{\mathrm{Im}\,b_{21}\left(1+\mu^2 T_K{}^2\right)}, \qquad B_2 = -\frac{\mathrm{Im}\,b_{22} B_1\left(1+\mu^2 T_K{}^2\right)}{\mu ¥}. \tag{16}$$

Для моделі 3 вираження для елементів передавальної матриці насоса b_{21}, b_{22} і для шуканих коефіцієнтів B_1, B_2, T_K і $²_K$ приймуть вид

$$b_{21} = \frac{j\mu ¥}{B_1\left(1+ j\mu T_K\right)\left(1+ j\mu ²_K\right)}, \qquad b_{22} = 1 - \frac{j\mu ¥ B_2}{B_1\left(1+ j\mu T_K\right)}, \tag{17}$$

$$T_K = \frac{\mathrm{Re}\,b_{22} - 1}{\mathrm{Im}\,b_{22}\,\mu}, \qquad ²_K = \frac{1}{\mu} \frac{\dfrac{\mathrm{Re}\,b_{21}}{\mathrm{Im}\,b_{21}} - \mu T_K}{1 + \mu T_K \dfrac{\mathrm{Re}\,b_{21}}{\mathrm{Im}\,b_{21}}}, \tag{18}$$

$$B_1 = \frac{\mu ¥ \left(1 - \mu^2 T_K ² {}_K\right)}{\mathrm{Im} b_{21} \left(1 + \mu^2 T_K{}^2\right)\left(1 + \mu ²² {}_K{}^2\right)}, \qquad B_2 = -\frac{\mathrm{Im} b_{22} B_1 \left(1 + \mu^2 T_K{}^2\right)}{\mu ¥}. \quad (19)$$

З виразів (15) – (16) і (17) – (18) видно, що для моделей 2 і 3 формули для визначення B_2 і T_K збігаються.

Для моделі 4 вираження для елементів передавальної матриці насоса b_{21}, b_{22} приймуть вид

$$b_{21} = \frac{j\mu}{\left(B_1 / ¥ + j\mu (1 - k_2) B_2\right)\left(1 + j\mu ² {}_K\right)}, \quad b_{22} = 1 - \frac{j\mu B_2}{B_1 / ¥ + j\mu (1 - k_2) B_2}, \quad (20)$$

а шукані коефіцієнти B_1, B_2 і ² $_K$ визначаються за формулами для моделі 3.

Коефіцієнт k_2 може бути визначений за формулою (7) або безпосередньо за значеннями елементу передавальної матриці насоса b_{22}

$$k_2 = 1 - \frac{1 - \mathrm{Re} b_{22}}{\mu \left((1 - \mathrm{Re} b_{22})^2 + (\mathrm{Im} b_{22})^2 \right)}. \quad (21)$$

3. Результати верифікації гідродинамічної моделі за експериментальною передавальною матрицею кавітуючого насоса. Вперше методика і результати експериментального визначення елементів передавальної матриці насоса викладені в 1976 році в роботі [9]. Випробування проводилися з метою розробки математичної моделі динаміки кавітуючих насосів РРДУ в рамках задачі забезпечення поздовжньої стійкості перших ступенів рідинних ракетоносіїв. На тому ж стенді в Каліфорнійському технологічному інституті проводилися дослідження з експериментального визначення прояви масштабних ефектів в динамічних передавальних функціях кавітуючих переднасосів [5]. Далі роботи по визначенню елементів передавальної матриці кавітуючих насосів були розгорнуті у всіх країнах, що займаються розробкою рідинних ракетоносіїв, і проводилися в різні роки [10 – 13].

Головна проблема, з якою зіткнулися дослідники і яка стримує використання цього виду динамічних випробувань насосів, є проблема вимірювання динамічних витрат рідини. Тому в деяких роботах [10, 12, 13] визначалася лише частина елементів передавальної матриці. До самих даних пред'являлися процедури осереднення в декількох серіях вимірів. Вимірювання динамічної витрати здійснювалося або лазерним доплерівським вимірювачем швидкості, або електромагнітними витратомірами [5, 9].

Слід зазначити, що ці результати, отримані різними авторами для різних насосів якісно (видом експериментальних залежностей елементів передавальної матриці кавітуючих насосів від частоти вимушених збурень) узгоджуються між собою. У даній роботі для верифікації гідродинамічної моделі кавітуючого насоса за його експериментальною передавальною матрицею використовувалися передавальні матриці, представлені в роботі [5] через найменший розкид значень елементів матриці серед представлених в літературі експериментальних передавальних матриць.

Використовуючи ці експериментальні передавальні матриці і представлені в розділі 2 різні варіанти гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД, була проведена верифікація коефіцієнтів цієї моделі. На рис. 2 як приклад представлені результати верифікації для числа кавітації 0,052 (для інших

чисел кавітації результати аналогічні). Позначення 1, 2, 3 і 4 на рисунку відповідають номерам моделей.

При аналізі результатів слід відзначити, що чим менше змінюється залежність параметра від частоти коливань, тим більше обрана або тестована модель є правдивою.

З аналізу рис. 2 видно, що максимальні відхилення B_1 від його середнього значення для всіх моделей не перевищують 10 %, а максимальні відхилення B_2 – 21 %. Ці відхилення є цілком прийнятними. Параметр T_K для моделі 1 визначається з елемента матриці b_{21} (див. (12)), а для інших моделей – з елемента b_{22} (див. (15) і (18)). Проте, значення, визначені за різними даними, близькі між собою. Їх середнє значення дорівнює 0,0025 с.

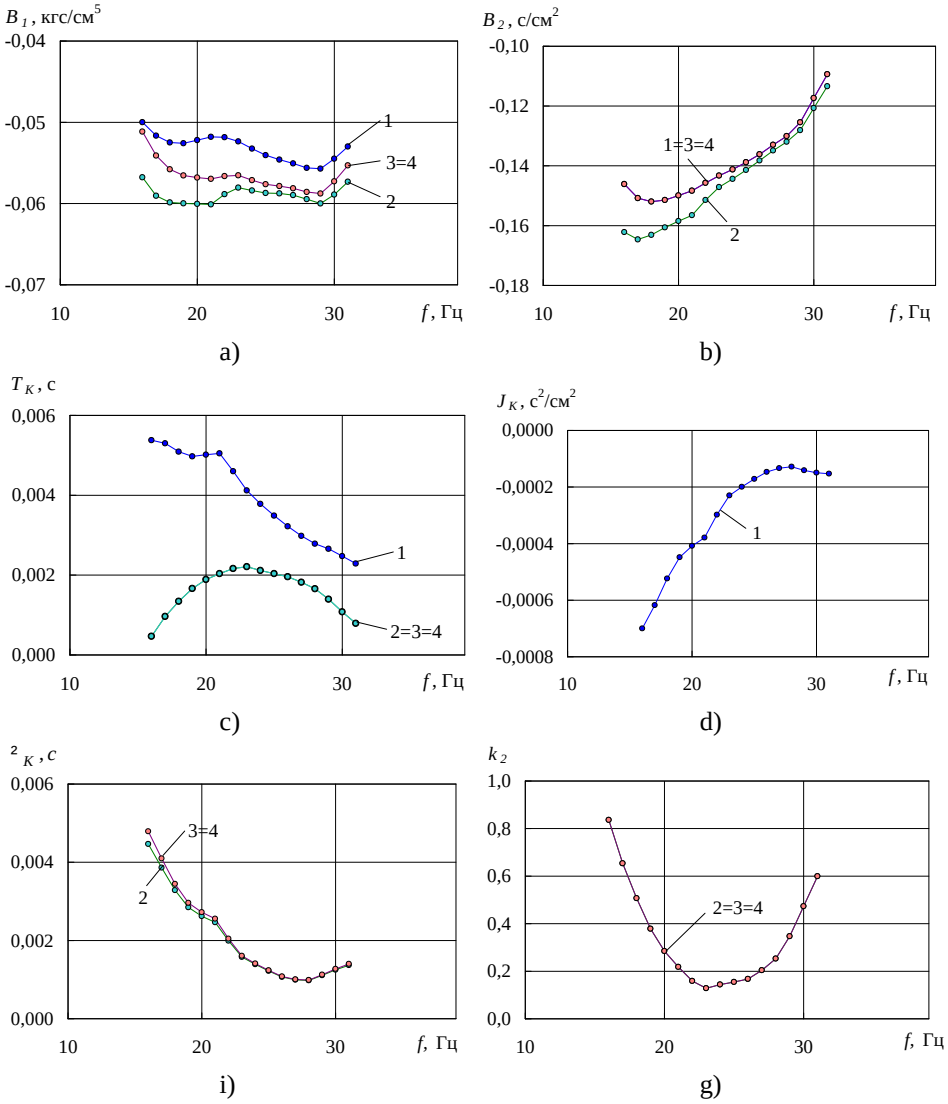


Рис. 2

Єдиним параметром в моделі 1, який якісно розходиться з теоретичними уявленнями, є коефіцієнт інерційного опору рідини на ділянці розташування

кавітаційної каверни J_K. Його значення від'ємні у всій області побудови, а за визначенням повинні бути додатними. Результати визначення J_K є прикладом помилковості моделі з J_K.

Отримані значення параметра $²_C$ додатні, тому моделі 2, 3 і 4 можуть бути використані при врахуванні кавітаційних явищ в насосах РРД. Якщо пов'язувати величину $²_K$ з кавітаційними кавернами, то можна припустити, що $²_K \approx \frac{l_K}{u}$ (де l_K – довжина кавітаційної каверни, а u – відносна швидкість рідини на вході в шнековий переднасос). Це побічно підтверджується близькістю T_K і $²_K$ (див. рис. 2, c) і 2, i)). Однак введення в модель $²_K$ не означає виключення з моделі T_K, оскільки T_K не прийняло нульових значень і, взагалі, порівняно мало змінилося (див. рис. 2, c)).

Коефіцієнт k_2 змінюється в області можливих значень від 0 до 1 і приймає середнє значення 0,35 (див. рис. 2, g)). Щоб кавітаційний опір B_2 рівномірно розподілявся між витратами G_1 і G_2, необхідно прийняти k_2=0,5. У цьому випадку, як випливає з (7) та (21),

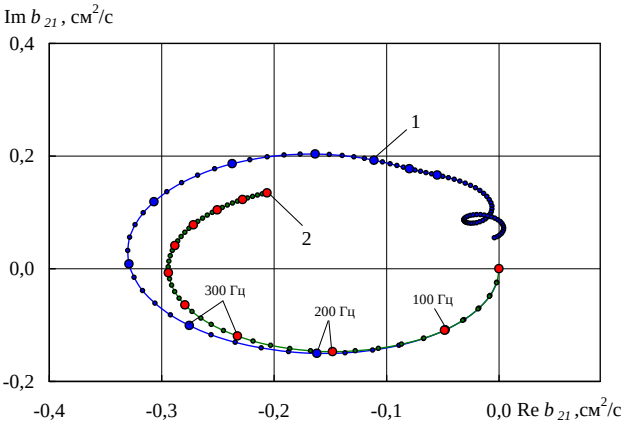
$$\frac{B_2}{2} = \frac{B_1\, T_K}{¥} \qquad \text{або} \qquad \frac{1 - \mathrm{Re}\, b_{22}}{\mu\left((1 - \mathrm{Re}\, b_{22})^2 + (\mathrm{Im}\, b_{22})^2\right)} = 0{,}5\,.$$

4. Результати верифікації гідродинамічної моделі за теоретичною передавальною матрицею кавітуючого насоса. В роботі [15] представлена методика визначення динамічних характеристик шнековідцентрового насоса, що працює в режимі часткової кавітації, як системи з розподіленими параметрами. Ця методика заснована на роботі [14], де запропоновано нелінійну одномірну по простору модель нестаціонарного кавітаційного обтікання решітки напівнескінченних пластин потоком ідеальної рідини. Зазначена модель дозволила визначити профіль кавітаційної каверни на площині розгортки циліндричного перерізу осьового шнекового переднасоса при сталому перебігу рідини шляхом розв'язання задачі Коші для системи звичайних диференційних рівнянь. При малих відхиленнях течії від стаціонарного значення модель дозволяє визначити динамічні характеристики шнековідцентрового насоса [15, 6].

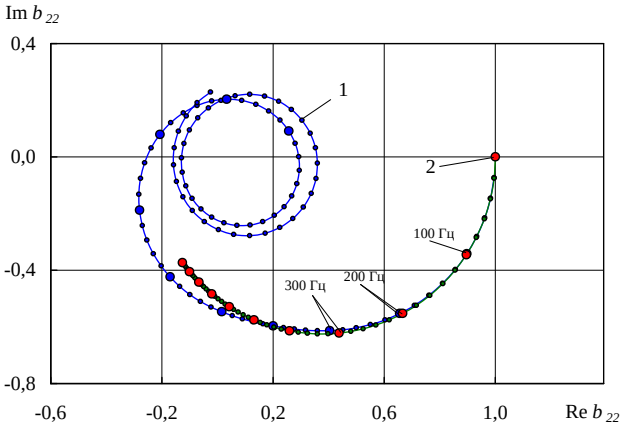
На рисунку 3 представлені (криві 1) запозичені з роботи [6] годографи частотних характеристик елементів передавальної матриці b_{21} і b_{22} для режиму роботи насоса за коефіцієнтом витрати $q = 0{,}6$ і по числу кавітації $k = 0{,}1$ в частотному діапазоні від 0 до 1000 Гц.

Використовуючи ці годографи і представлені в розділі 2 різні варіанти гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД, була проведена верифікація коефіцієнтів цієї моделі, результати якої можна побачити на рис. 4. Позначення 1, 2, 3 і 4 на рисунку також відповідають номерам моделей. Аналіз цього рисунку показує таке.

Коефіцієнт інерційного опору рідини на ділянці розташування кавітаційної каверни J_K має порівняно невелику величину максимального відхилення від його середнього значення (не більше 30 %) у всій області побудови, проте, як і для експериментальних передавальних матриць, є від'ємним і не може бути використаний в моделі динаміки кавітуючих насосів. Найменші відхи-



a)



b)

Рис. 3

лення від середнього значення кавітаційної пружності B_1 в частотному діапазоні до 400 Гц спостерігаються для моделі 2 (максимальне значення не перевищує 7 %). Максимальні відхилення кавітаційного опору B_2 для всіх моделей також складають прийнятну величину – 17 %. У моделях 2, 3 і 4 постійна часу кавітаційних каверн T_K близька до постійної величини в частотному діапазоні до 600 Гц (максимальна величина відхилень від середнього значення не більше 20 %), тоді як в моделі 1 цей частотний діапазон звужується до $\approx$ 200 Гц.

Апроксимація запізнювання $^2{}_K$ рядом Тейлора 1-го порядку приводить до зміни B_1 і $^2{}_K$, в частотному діапазоні до 400 Гц ці зміни становлять прийнятні 22 % для B_1 і 18 % – для $^2{}_K$. Тому можна обмежитися апроксимацією запізнювання найпростішим рядом Тейлора 1-го порядку.

Коефіцієнт розподілу кавітаційного опору k_2 виявився найменш змінюваним – максимальне відхилення від середнього значення склало не більше 5 % (в діапазоні до 400 Гц). Значення k_2=0,2 узгоджується з результатами верифікації за експериментальними передавальним матрицями і говорить про те, що місце розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн зміщене від середнього положення в бік входу в насос.

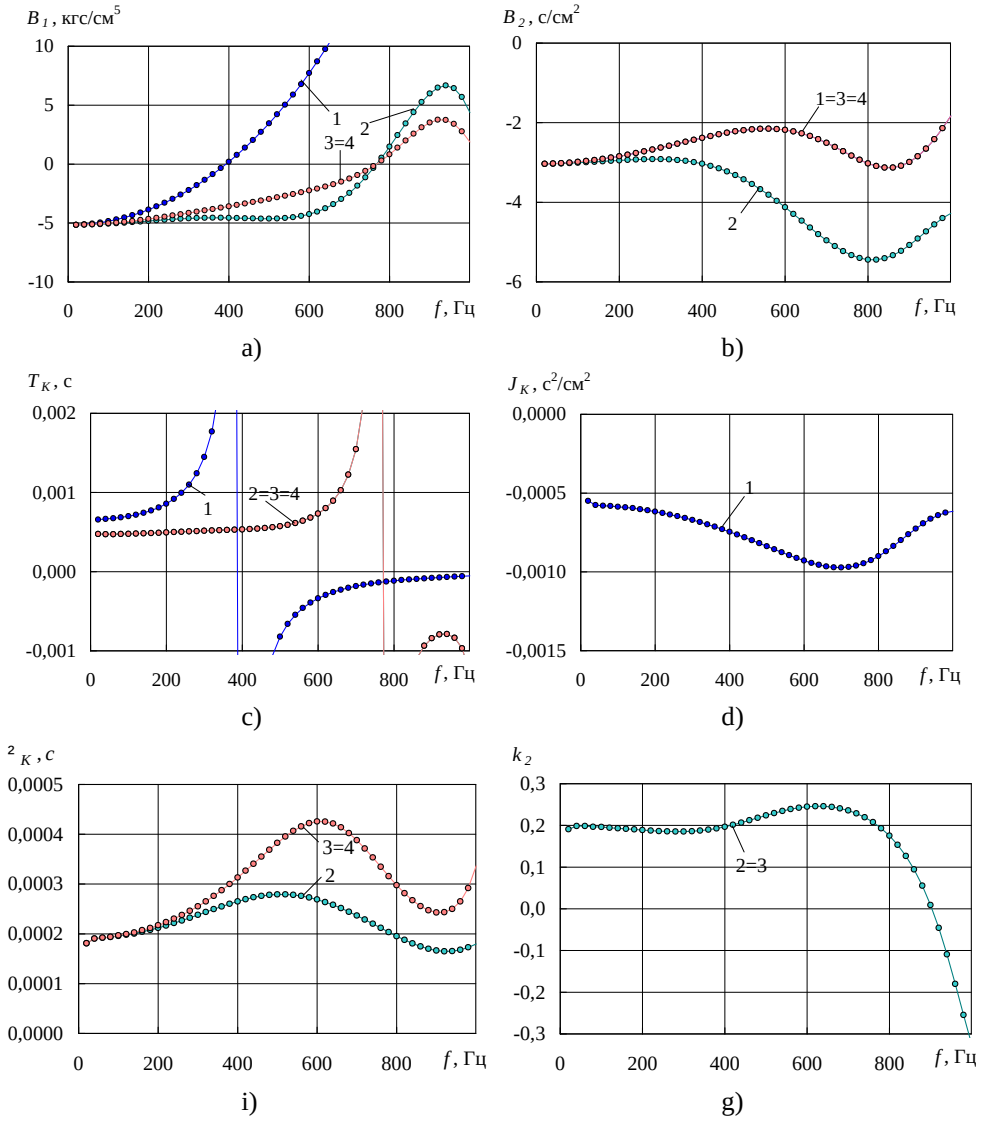


Рис. 4

На рис. 3 (криві 2) представлені годографи елементів передавальної матриці насоса b_{21} і b_{22}, побудовані за формулами (18) – (20) (модель 4) при таких значеннях коефіцієнтів моделі $B_1 = -5{,}0$ кгс/см^5, $B_2 = -3{,}0$ с/см^2, $T_K = 0{,}00048$ с ($k_2 = 0{,}20$), $^2{}_K = 0{,}0002$ с. З цього рисунка видно, що задовільне узгодження елементів передавальної матриці насоса b_{21} і b_{22}, які визначені по системі з розподіленими і зосередженими параметрами, може досягатися в діапазоні до 200 Гц і вище. Це дозволяє обґрунтовано використовувати гідродинамічну модель в задачах динаміки кавітуючих насосів РРД не тільки для нижніх, а також і для верхніх ступенів ракет-носіїв, у яких власні частоти коливань в лініях живлення РРД нерідко досягають 100 і більше Гц.

Таким чином, результати верифікації гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД за експериментальними і теоретичними передавальними матрицями насосів показали, що модель динаміки кавітуючих насосів, яка включає чотири коефіцієнта моделі, дозволяє задовільно описати кавітаційні явища в

насосах РРД в частотному діапазоні до 200 Гц. Для практичного застосування може бути рекомендована модель 4, що включає такі коефіцієнти B_1, B_2, ^2_K і k_2.

Висновки. Для верифікації гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД представлено чотири її варіанти, що відрізняються від початкового варіанту (модель 1) неврахуванням коефіцієнта інерційного опору рідини на ділянці розташування кавітаційних каверн і введенням часу затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційної каверни (модель 2), апроксимацією ряда Тейлора 1 -го порядку цього часу затримки (модель 3) і введенням коефіцієнта розподілу кавітаційного опору (модель 4).

Верифікацію гідродинамічної моделі проведено за експериментальною і теоретичною передавальними матрицями кавітуючих насосів. Експериментальна передавальна матриця запозичена з роботи Бреннена, Мейсснера, Ло і Хоффмана [5], яка серед представлених в літературі експериментальних передавальних матриць має найменший розкид значень. Теоретична передавальна матриця запозичена з роботи В. Пилипенка та Ю. Кваші [6], де вона отримана для кавітуючого насоса як системи з розподіленими параметрами.

Результати верифікації, отримані за експериментальною і теоретичною передавальними матрицями узгоджуються між собою. Максимальні відхилення коефіцієнтів моделі B_1, B_2 і T_K від їх середніх значень (в частотному діапазоні до 400 Гц) становлять прийнятні величини, що не перевищують 20 %. За результатами верифікації показано, що коефіцієнт J_K приймає від'ємне значення, що суперечить його фізичному змісту і тому не може використовуватися в моделі динаміки кавітуючих насосів.

Введене запізнювання передачі збурення за рахунок наявності кавітаційної каверни ^2_K має додатне значення і прийнятне максимальне відхилення від його середнього значення і тому може бути використано в моделі динаміки кавітуючих насосів. Апроксимація запізнювання найпростішим рядом Тейлора 1-го порядку є прийнятним для коефіцієнтів, які при цьому змінюються, B_1 і ^2_K (максимальне відхилення не більше 22 %) в частотному діапазоні до 400 Гц.

Середнє значення введеного коефіцієнта розподілу k_2 кавітаційного опору B_2 для експериментальних даних становить 0,35, а для теоретичних – 0,20, і говорить про те, що місце розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн зміщене від середнього положення в бік входу в насос.

Проведено розрахунки годографів елементів передавальної матриці насоса b_{21} і b_{22} за моделлю кавітуючих насосів з зосередженими параметрами (модель 4). Показано їх задовільне узгодження в частотному діапазоні до 200 Гц з вихідними годографами, отриманими як системи з розподіленими параметрами.

Таким чином, результати верифікації гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД за експериментальною і теоретичною передавальними матрицями насосів показали, що модель динаміки кавітуючих насосів, яка включає чотири коефіцієнта моделі, дозволяє задовільно описати кавітаційні явища в насосах РРД в частотному діапазоні до 200 Гц.

1. *Боровский Б. И., Ершов Н. С., Овсянников Б. В., Петров В. И., Чебаевский В. Ф., Шапиро А. С.* Высокооборотные лопаточные насосы. М.: Машиностроение, 1975. 336 с.
2. *Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С.* Кавитационные колебания и динамика гидросистем. М.: Машиностроение. 1977. 352 с.
3. *Колесников К. С.* Продольные колебания ракеты с жидкостным ракетным двигателем. М.: Машиностроение. 1971. 260 с.
4. *Пилипенко В . В.* Экспериментально-расчетный способ определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1976. № 3. С. 131–139.
5. *Бреннен, Мейсснер, Ло, Хоффман* Проявление масштабных эффектов в динамических передаточных функциях кавитирующих преднасосов. Тр. амер. о-ва инж. мех. Теоретические основы инженерных расчетов. 1982. 104, № 4. С. 88–94. https://doi.org/10.1115/1.3241875
6. *Пилипенко В. В., Кваша Ю. А.,* Устойчивость кавитационного обтекания решетки пластин. Техническая механика. 2001. № 2. С. 144–149.
7. *Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н., Николаев А. Д., Хоряк Н. В.* Особенности математического моделирования низкочастотной динамики маршевого ЖРД с дожиганием генераторного газа при запуске. Космічна наука і технологія. 2017. Т. 23, № 5. С. 3–12. https://doi.org/10.15407/knit2017.05.003
8. *Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Хоряк Н. В., Николаев А. Д., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н.* Математическое моделирование и анализ устойчивости низкочастотных процессов в маршевом ЖРД с дожиганием генераторного газа. Вестник двигателестроения. 2017. № 2. С. 34–42.
9. *Нг, Бреннен* Экспериментальные исследования динамики кавитирующих насосов. Тр. амер. о-ва инж. мех. Теоретические основы инженерных расчетов. 1978. 100, № 2. С.136–147. https://doi.org/10.1115/1.3448625
10. *Kawata Y., Ebara K., Uehara S., Takata T.* System Instability Caused by the Dynamic Behaviour of a Centrifugal Pump at Partial Operation. JSME International J. 1987. V.30, № 260. P. 271–278. https://doi.org/10.1299/jsme1987.30.271
11. *Kawata Y., Takata T., Uehara S., Yasuda O., Yoshino H., Takeuchi T.* Prediction of System Instability by Measuring the Dynamic Characteristics of Prototype Multistage Centrifugal Pump. Technical Review. 1988. V. 25, № 3. P. 160–164.
12. *Штирнеманн, Эберл, Боллетер, Пейс* Экспериментальное определение динамической передаточной матрицы насоса. Тр. амер. о-ва инж. мех. Теоретические основы инженерных расчетов. 1988. № 2. С. 184–195. https://doi.org/10.1115/1.3242651
13. *Shimura T., Kamijo K., Yamade A.* Dynamic Response of a Liquid Oxygen Pump of the LE-5 Rocket Engine. Proc. 13 th. Iut. Symp. Space Technol. and Sci. Tokyo. 1982. P.307–313.
14. *Пилипенко В. В., Кваша Ю. А.* Кавитационное обтекание решетки пластин. Изв. АН СССР. Энергетика и трансп. 1991. №3. С. 139–143.
15. *Пилипенко В. В., Кваша Ю. А., Фоменко П. В.* Частотные характеристики шнекоцентробежного насоса в режиме частичной кавитации. Изв. АН СССР. Энергетика и трансп. 1991. № 5. С. 135–141.

Отримано 07.09.2020,
в остаточному варіанті 21.09.2020