УДК 629.78

Д. А. ХРАМОВ

АНАЛИЗ СХЕМ И МОДЕЛЕЙ РАЗВЕРТЫВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ТРОСОВЫХ СИСТЕМ

Космические тросовые системы, состоящие из спутников, соединенных гибкими нитями (тросами), могут стать основой перспективных средств очистки околоземной орбиты от космического мусора. В связи с этим актуальна задача развертывания таких систем на орбите. Целью работы является анализ схем развертывания тросовых систем и математических моделей их динамики применительно к задачам увода космических аппаратов. Выделены два основных класса систем развертывания: импульсные и квазистатические, и проведен их сравнительный анализ. Предложена математическая модель развертывания, в которой трос представляется набором N материальных точек. Проанализировано влияние массы троса на характер развертывания системы. Показано, что при медленном развертывании троса (со скоростями до 1 м/с), без учета сил аэродинамического сопротивления, масса троса не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на характер развертывания.

Космічні тросові системи, що складаються зі супутників, з'єднаних гнучкими нитками (тросами), можуть стати основою перспективних засобів очищення навколоземної орбіти від космічного сміття. У зв'язку із цим актуальна задача розгортання таких систем на орбіті. Метою роботи є аналіз схем розгортання тросових систем і математичних моделей їх динаміки стосовно до задач відведення космічних апаратів. Виділено два основні класи систем розгортання: імпульсні й квазістатичні, і проведено їх порівняльний аналіз. Запропоновано математичну модель розгортання, у якій трос представляється набором N матеріальних точок. Проаналізовано вплив маси троса на характер розгортання системи. Показано, що при повільному розгортанні троса (зі швидкостями до 1 м/с), без урахування дії сил аеродинамічного опору, маса троса не справляє скільки-небудь істотного впливу на характер розгортання.

Space tethered systems consisting of satellites conducting with flexible wires (tethers) can form the basis for advanced facilities for removing space debris from near-earth orbit. This raises the question of the deployment of such systems in orbit. The work subject is to analyze ways of the deployment of tethered systems and mathematical models of their dynamics for problems of spacecraft removal. Two basic classes for deployment systems (impulse and quasi-static) are established and compared. A mathematical model for the deployment, in which the tether is represented by the set of N-material points, was proposed. Effects of the tether mass on the system deployment are examined. It is shown that the tether mass does not significantly affect the deployment way without considering forces of aerodynamic drag at a slow deployment of the tether (at the speed up to 1 m/s).

Ключевые слова: *космическая тросовая система, развертывание, математическая модель, масса троса*

Техногенное загрязнение околоземного космического пространства представляет серьезную угрозу развитию космонавтики [1]. Один из перспективных способов очистки орбиты от выработавших свой ресурс космических аппаратов основан на использовании сил электродинамического торможения, создаваемых с помощью космических тросовых систем (КТС) [2, 3]. Такие системы состоят из спутников, соединенных протяженными гибкими связями (нитями, лентами). В связи с этим актуальной является задача развертывания КТС на орбите. Целью работы является выделение перспективных способов развертывания КТС и разработка для них математических моделей динамики.

Схемы развертывания. Эксперименты по развертыванию КТС проводятся с конца 1960-х гг. [4, 5, 6]. В результате был накоплен значительный опыт и разработан ряд схем развертывания, которые можно разделить на две группы: импульсные и квазистатические.

Натяжение троса F_t на орбите обеспечивается градиентом гравитационных сил (F_g) и центробежными силами F_c (рис. 1). В начале развертывания эти силы весьма малы. Поэтому, чтобы избежать запутывания ненатянутого троса, концевые тела КТС стараются развести на некоторое расстояние при помощи импульса, создаваемого пружинным толкателем или реактивным двигателем.

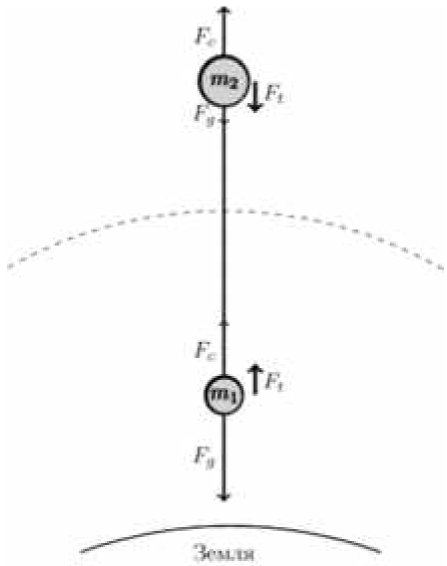


Рис. 1

Так, в экспериментах Tethered Satellite System (TSS-1 выполнялся 08.1992, TSS-1R – 02.1996) [2] импульс привязному спутнику (массой около 500 кг) придавался реактивными двигателями его системы ориентации. Развертывание проводилось с борта космического челнока («Атлантис» и «Колумбия», соответственно). В эксперименте TSS-1R была успешно развернута нить длиной 19,7 км.

В полетах Small Expendable Deployer System (SEDS-1 – 03.1993 и SEDS-2 – 03.1994) [7] были успешно развернуты КТС длиной 20 км, составленные из второй ступени ракеты-носителя Delta-II и системы развертывания SEDS (массой 26 кг), давшей название эксперименту. Импульс развертывания придавался пружинным толкателем.

Система SEDS послужила прототипом ряда других систем развертывания, использовавшихся затем в полетах КТС TiPS (05.1996, прослужила на орбите более 10 лет) и YES-2 (09.2007, рекордная длина развернутой нити – свыше 30 км) [2]. Она хорошо зарекомендовала себя для развертывания КТС с массами концевых тел от нескольких десятков килограмм до десятков тонн и длиной нити от нескольких километров до нескольких десятков километров.

Рассмотренные выше схемы использовались для импульсного развертывания нити, намотанной на барабан. Для лент применение барабана в сочетании с импульсным развертыванием затруднительно, т. к. трение между витками намотанной на барабан ленты значительно выше, чем у нити. Поэтому в суборбитальном эксперименте T-REX (09.2010) [8], где при помощи пружинного толкателя развертывалась электропроводящая лента, барабан не использовали. Вместо этого, лента укладывалась «гармошкой» в корпусе системы развертывания (рис. 2). В результате удалось развернуть ленту длиной 132,6 м.

Иной подход к развертыванию ленты использовался в полете ATeX (01.1999) [9]. Не отказываясь от барабана, в нем изменили способ развертывания, заменив импульс медленным выдвижением связи (при этом скорость выдвижения составляет единицы сантиметров в секунду, против метров в секунду для импульсного развертывания). Такой способ вносит меньше возмущений в работу системы ориентации основного спутника. Это особенно важно при развертывании КТС на малых спутниках, например для натурной отработки систем увода космических аппаратов. При медленном развертывании нет необходимости в гашении энергии, переданной концевым телам импульсом отделения, что упрощает конструкцию системы развертывания и законы управления этим процессом. Недостатком этого способа является больший риск запутывания связи на начальном этапе развертывания. Однако этот риск можно существенно уменьшить, используя на начальном участке более жесткую конструкцию связи, представляющую собой некоторый аналог гравитационной штанги [6], или формируя из выводимой ленты (нити) регулярную структуру вроде винтовой линии.

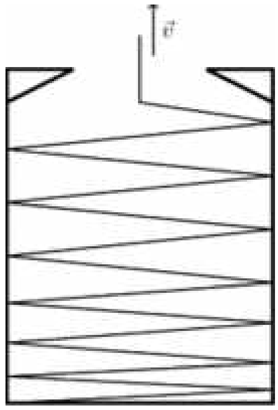


Рис. 2

Медленное выдвижение связи в эксперименте ATeX [9] завершилось неудачей: было развернуто всего 22,5 м ленты, после чего ее экстренно отделили от основного спутника. Однако анализ аварии [10] показал, что ее причиной является не способ развертывания, а то, что разработчики не учли влияние температурной деформации ленты при переходе с теневой стороны орбиты на солнечную. К тому же, в конструкции ленты использовались материалы с противоположными знаками коэффициента теплового расширения, что также способствовало ее деформации. Таким образом, несмотря на неудачу эксперимента, медленное развертывание представляется перспективным способом, особенно для развертывания малых КТС, масса концевых тел которых не превышает 10 кг, а длина – 1 км.

Модели тросовой системы. Простейшей моделью КТС является модель двух материальных точек, соединенных невесомой нитью (рис. 3), движущихся в центральном ньютоновском поле тяготения [4, 11]

$$\begin{aligned} m_1\ddot{\vec{R}}_1 &= -\mu\frac{m_1\vec{R}_1}{R_1^3}+\vec{F}_t, \\ m_2\ddot{\vec{R}}_2 &= -\mu\frac{m_2\vec{R}_2}{R_2^3}-\vec{F}_t, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $\vec{R}_i$ ($i=1,2$) – радиусы-векторы тел, $R_i=\left|\vec{R}_i\right|$; m_i ($i=1,2$) – массы тел; $\vec{F}_t$ – сила натяжения нити; μ – гравитационная постоянная Земли.

Предполагая, что центр масс системы (1) движется по невозмущенной кеплеровой орбите

$$\ddot{\vec{R}} = -\mu \frac{\vec{R}}{R^3}, \quad (2)$$

и вычитая (2) из первого уравнения системы (1), получим

$$\ddot{\vec{r}}_1 = -\mu\left(\frac{\vec{R}_1}{R_1^3} - \frac{\vec{R}}{R^3}\right) + \frac{\vec{F}_t}{m_1}, \quad (3)$$

где $\vec{r}_1 = \vec{R}_1 - \vec{R}$.

Разложим стоящее в скобках выражение в ряд Тейлора по степеням r_i/R. Поскольку $r_i \sim 10^3$ м и $R \sim 10^6$ м, то величинами порядка $(r_i/R)^2$ и выше в этом разложении можно пренебречь, и уравнение (3) приобретет вид

$$\ddot{\vec{r}}_1 = -\frac{\mu}{R^3}\left(\vec{r}_1 - 3\vec{e}_R\left(\vec{e}_R, \vec{r}_1\right)\right) + \frac{\vec{F}_t}{m_1}, \quad (4)$$

где $\vec{e}_R = \vec{R}/R$.

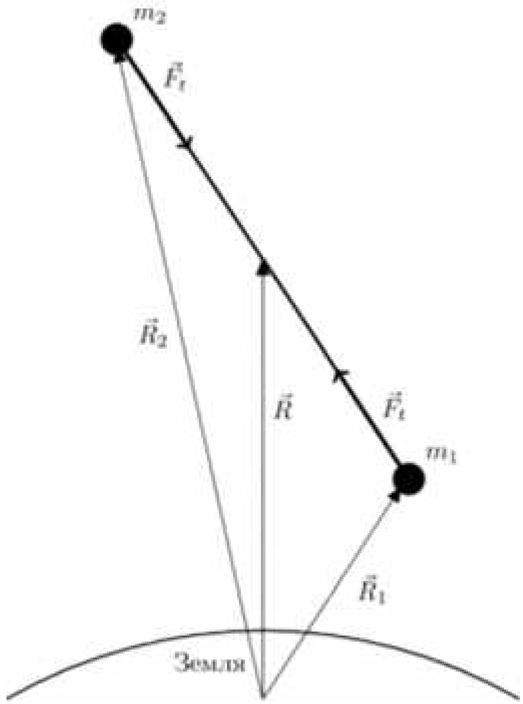


Рис. 3

Введем орбитальную систему координат, движущуюся вместе с центром масс *O*. Ось *OZ* этой системы координат направлена вдоль радиуса-вектора центра масс $\vec{R}$, *OX* – вдоль трансверсали к орбите в направлении полета, *OY* – по бинормали к орбите.

Производную, стоящую в левой части (4), вычислим как производную вектора во вращающейся системе координат

$$\ddot{\vec{r}}_1 = \vec{r}_1'' + 2\vec{\omega}\times\vec{r}_1' + \vec{\omega}'\times\vec{r}_1 + \vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\vec{r}_1, \qquad (5)$$

где $\vec{\omega}$ – угловая скорость центра масс системы.

Подставим выражение (5) в (4) и, заменяя штрихи на точки в обозначениях производных, получим

$$\ddot{\vec{r}}_1 + 2\vec{\omega}\times\dot{\vec{r}}_1 + \dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}_1 + \vec{\omega}(\vec{\omega},\vec{r}_1) - \vec{r}_1\omega^2 = -\frac{\mu}{R^3}\left(\vec{r}_1 - 3\vec{e}_R(\vec{e}_R,\vec{r}_1)\right) + \frac{\vec{F}_t}{m_1}. \qquad (6)$$

Предположим, для упрощения (6), что центр масс системы движется по круговой орбите. Тогда: $\omega^2 = \mu/R^3$, $\dot{\vec{\omega}} \equiv 0$, и (6) запишется в виде

$$\ddot{\vec{r}}_1 + 2\vec{\omega}\times\dot{\vec{r}}_1 + \vec{\omega}(\vec{\omega},\vec{r}_1) - 3\omega^2\vec{e}_R(\vec{e}_R,\vec{r}_1) = \frac{\vec{F}_t}{m_1}. \qquad (7)$$

Проделав аналогичные преобразования со вторым уравнением системы (1), получим в результате систему уравнений, описывающих движение материальных точек относительно центра масс КТС

$$\begin{aligned} &\ddot{\vec{r}}_1 + 2\vec{\omega}\times\dot{\vec{r}}_1 + \vec{\omega}(\vec{\omega},\vec{r}_1) - 3\omega^2\vec{e}_R(\vec{e}_R,\vec{r}_1) = \frac{\vec{F}_t}{m_1}, \\ &\ddot{\vec{r}}_2 + 2\vec{\omega}\times\dot{\vec{r}}_2 + \vec{\omega}(\vec{\omega},\vec{r}_2) - 3\omega^2\vec{e}_R(\vec{e}_R,\vec{r}_2) = -\frac{\vec{F}_t}{m_2}. \end{aligned} \qquad (8)$$

Пусть сила натяжения описывается законом Гука с учетом вязкого трения

$$\vec{F}_t = \delta\left(k_c\,\frac{r-d}{d} + k_d\left(\dot{\vec{r}},\vec{e}_r\right)\right)\vec{e}_r, \qquad (9)$$

где k_c – коэффициент жесткости; k_d – коэффициент демпфирования; $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, $r = |\vec{r}|$, $\vec{e}_r = \vec{r}/r$.

В случае двухсторонних связей (пружин) коэффициент $\delta = 1$, для односторонних связей (нитей) δ определяется следующим образом

$$\delta = \begin{cases} 0, & r < d, \\ 1, & r \ge d. \end{cases}$$

Проектируя (8) на оси орбитальной системы координат, получим уравнения движения системы в матричном виде

$$\ddot{\mathrm{r}} = \mathrm{f}, \qquad (10)$$

где r, f – блочные матрицы

$$\mathrm{r} = \begin{bmatrix} \mathrm{r}_1 \\ \mathrm{r}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathrm{f} = \begin{bmatrix} \mathrm{f}_{g,1} + \mathrm{F}_t/m_1 \\ \mathrm{f}_{g,2} - \mathrm{F}_t/m_2 \end{bmatrix}, \qquad (11)$$

блоки которых имеют вид, соответственно

$$\mathrm{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}, \quad \mathrm{f}_{g,i} = \begin{bmatrix} -2\omega\dot{z}_i \\ -\omega^2 y_i \\ 2\omega\dot{x}_i + 3\omega^2 z_i \end{bmatrix}, \quad i = 1,2 \tag{12}$$

и

$$\mathrm{F}_t = \delta\left(k_c \frac{l_1 - d}{d} + k_d \frac{\dot{\mathrm{l}}_1^T \mathrm{l}_1}{l_1} \right) \frac{\mathrm{l}_1}{l_1}, \tag{13}$$

где

$$\mathrm{l}_1 = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}, \ \dot{\mathrm{l}}_1 = \frac{d\mathrm{l}_1}{dt}, \ l_1 = \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right]^{1/2}. \tag{14}$$

Вводя новые переменные

$$\mathrm{v}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix}, \tag{15}$$

уравнения (10) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{\mathrm{r}} &= \mathrm{v}, \\ \dot{\mathrm{v}} &= \mathrm{f}, \end{aligned} \tag{16}$$

удобном для численного интегрирования.

В процессе развертывания номинальная длина нити d изменяется по закону

$$d = d_0 + ut, \tag{17}$$

где d_0 – начальное расстояние между концевыми телами; $u = f(t)$ – скорость выпускания нити, заданная некоторой известной функцией времени.

Таким образом, система уравнений (16), с учетом соотношения (17), позволяет рассчитывать динамику развертывания и функционирования КТС, состоящей из двух материальных точек, соединенных невесомым тросом.

Модели, учитывающие весомость троса, как правило, состоят из N материальных точек, последовательно соединенных невесомыми связями (рис. 4). Предположение о нерастяжимости этой связи, сделанное в [11], влечет за собой необходимость решать, в дополнение к численному интегрированию уравнений движения, систему линейных алгебраических уравнений для определения сил натяжения. В других работах (см., например, [12]) связь предполагается упругой, а сила натяжения – подчиняющейся закону Гука (9). Запишем уравнения движения системы N материальных точек в этом последнем случае.

Вид системы (16) остается неизменным, изменяются входящие в нее блочные матрицы

$$\mathrm{r} = [\mathrm{r}_1, ..., \mathrm{r}_N]^T, \quad \mathrm{f} = [\mathrm{f}_1, ..., \mathrm{f}_N]^T. \tag{18}$$

Блоки f_i имеют вид

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{g,i} + \mathbf{f}_{t,i} - \mathbf{f}_{t,i-1}, \qquad (19)$$

где

$$\mathbf{f}_{t,i} = \frac{\mathbf{F}_{t,i}}{m_i}, \quad \mathbf{F}_{t,i} = \delta\left(k_c \frac{l_i - d}{d} + k_d \frac{\dot{\mathbf{l}}_i^T \mathbf{l}_i}{l_i} \right) \frac{\mathbf{l}_i}{l_i}. \qquad (20)$$

Здесь m_1 и m_N – массы концевых тел, остальные частицы с массами $m_i = m$ ($i = 2,..., N-1$) представляют собой элементы троса.

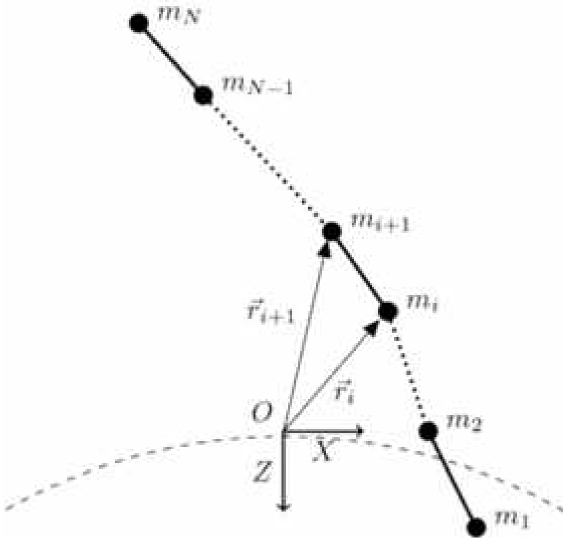


Рис. 4

Расстояния между соседними материальными точками описываются аналогично (14)

$$\mathbf{l}_i = \begin{bmatrix} x_{i+1} - x_i \\ y_{i+1} - y_i \\ z_{i+1} - z_i \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{l}}_i = \frac{d\mathbf{l}_i}{dt}, \quad l_i = \left[(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2 \right]^{1/2}. \qquad (21)$$

Номинальная длина d и масса m элемента троса равны

$$d = L/(N-1), \quad m = M/(N-2), \qquad (22)$$

где L – длина троса, а M – его масса.

Система уравнений (16), (17), в которой выражения для блоков (11) заменены на (18) и (19), позволяет моделировать движение КТС, состоящей из N материальных точек, соединенных упругими связями. Очевидно, что при $N = 2$ мы получим уравнения предыдущей модели.

Моделирование развертывания. В начале развертывания система состоит из двух концевых тел, моделируемых материальными точками с массами m_1 и m_2. Движение системы на этом этапе описывается уравнениями (16), (17). В момент времени τ, когда длина выдвинутого троса достигнет значения λ, материальная точка, имитирующая концевое тело с системой развертывания (пусть это будет m_1), заменяется двумя точками: m_1' и m_2'. m_1' представляет концевое тело с учетом уменьшения его массы за счет выдвижения троса, m_2' – массу выдвинутого участка троса. Очевидно, что при этом должны соблюдаться законы сохранения (массы, импульса, момента импульса). Движение системы после замены описывается уравнениями (16) с учетом (19) при $N = 3$.

В дальнейшем длина (номинальная) участка троса $\{m_2', m_2\}$ остается неизменной и развертывание системы продолжается на участке $\{m_1', m_2'\}$. Когда его длина, в свою очередь, достигнет λ, точка m_1' заменяется точками m_1'' и m_2'' и процесс продолжается.

Рассмотрим процесс замены материальной точки m_1 точками m_1' и m_2' более подробно (рис. 5). Замена выполняется в момент времени τ, когда длина выпущенного троса достигнет $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$. Значения масс преобразуются по формулам

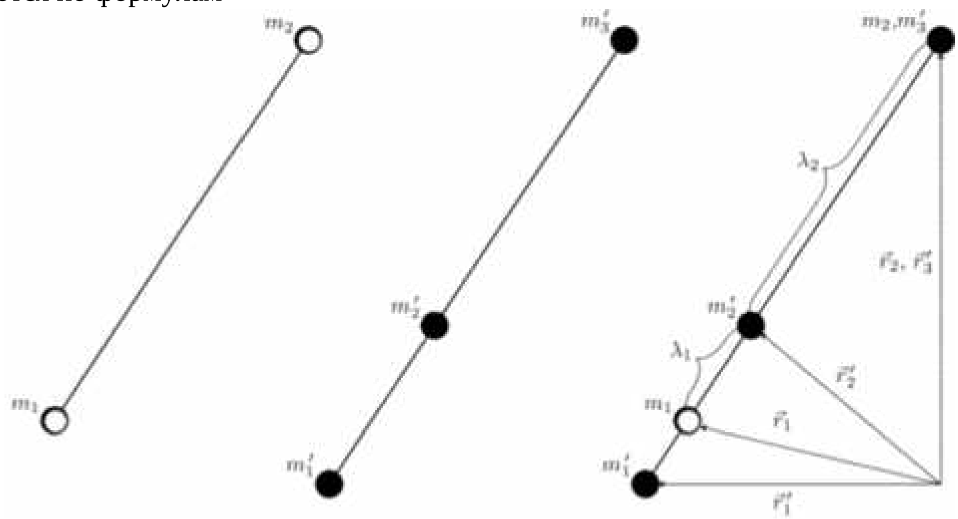


Рис. 5

$$m_1' = m_1 - m,$$
$$m_2' = m, \qquad (23)$$
$$m_3' = m_2,$$

где m – масса выдвинутого участка троса.

Масса материальной точки m_2 остается неизменной, заменяется только ее обозначение (m_3'). Материальная точка m_2' прикрепляется к нити между массами m_1 и m_2 на расстоянии λ_2 от массы m_2. Масса m_1' помещается на продолжении отрезка $\{m_1, m_2\}$ за точку m_1 так, чтобы центр масс системы $\{m_1', m_2'\}$ совпадал с точкой m_1.

Получим выражения для координат материальных точек m_1' и m_2' через координаты точек m_1 и m_2. Пусть $\vec{r}_i$ — радиус-вектор точки m_i ($i = 1, 2$) относительно центра масс системы, а $\vec{r}_j'$ — аналогичный вектор точки m_j' ($j = 1, 2$), причем все векторные величины относятся к моменту времени τ. Тогда, в соответствии со сказанным выше, имеют место соотношения

$$\vec{r}_1' = \frac{(m_1\lambda - m\lambda_2)\vec{r}_1 - m\lambda_1\vec{r}_2}{(m_1 - m)\lambda},$$
$$\vec{r}_2' = \frac{\lambda_2\vec{r}_1 + \lambda_1\vec{r}_2}{\lambda} \qquad (24)$$

Отметим, что при замене длина троса скачком увеличивается на величину

$$\left|\vec{r}_1' - \vec{r}_1\right| = \frac{m\lambda_1}{m_1 - m}. \qquad (25)$$

В расчетах величину λ_2 удобно брать равной номинальной длине элемента троса d. λ_1 и m подбираются так, чтобы уменьшить величину скачка (25).

Получим теперь формулы для расчета скоростей материальных точек m_1', m_2'. Для этого воспользуемся законом сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 = (m_1 - m)\vec{v}_1' + m\vec{v}_2' \qquad (26)$$

и соотношением, связывающим скорости точек m_2 и m_1,

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{\Omega}\times(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + u\vec{e}, \qquad (27)$$

где $\vec{v}_i$ – скорость движения материальной точки m_i ($i = 1,2$) относительно центра масс системы; $\vec{e} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|$ – орт направления от массы m_1 к массе m_2; $\vec{\Omega}$ – угловая скорость этого орта.

Скорости $\vec{v}_1'$ и $\vec{v}_2'$ связаны со скоростью $\vec{v}_1$ соотношениями, аналогичными (27)

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 + \vec{\Omega}\times(\vec{r}_1' - \vec{r}_1) + u_1\vec{e},$$
$$\vec{v}_2' = \vec{v}_1 + \vec{\Omega}\times(\vec{r}_2' - \vec{r}_1) + u_2\vec{e}. \qquad (28)$$

Подставив (28) в (26), получим соотношение, связывающее u_1 и u_2

$$(m_1 - m)u_1 + mu_2 = 0. \qquad (29)$$

Вычитая первое уравнение системы (28) из второго, получим

$$\vec{v}_2' = \vec{v}_1' + \vec{\Omega}\times(\vec{r}_2' - \vec{r}_1') + (u_2 - u_1)\vec{e}, \qquad (30)$$

откуда следует, что скорость выдвижения нити после замены m_1 на m_1' и m_2' равна

$$\frac{d\left|\vec{r}_2' - \vec{r}_1'\right|}{dt} = u_2 - u_1. \qquad (31)$$

Поскольку скорость выдвижения до замены была равна u и во время замены не должна претерпевать скачков, то справедливо соотношение

$$u = u_2 - u_1. \qquad (32)$$

Из формул (29) и (32) найдем выражения для u_1 и u_2 через u

$$u_1 = -\frac{m}{m_1} u, \quad u_2 = \frac{m_1 - m}{m_1} u. \tag{33}$$

Так как все рассматриваемые материальные точки расположены на одной прямой, а их координаты известны или могут быть найдены по формулам (24), то для того чтобы найти значения скоростей $\vec{v}_1'$ и $\vec{v}_2'$, остается найти величину $\vec{\Omega} \times \vec{e}$. Из (27) следует, что она равна

$$\vec{\Omega} \times \vec{e} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1 - u\vec{e}}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}. \tag{34}$$

Подставив (24), (33) и (34) в (28), получим в результате формулы для расчета скоростей материальных точек m_1', m_2'

$$\begin{aligned} \vec{v}_1' &= \vec{v}_1 - \frac{m\lambda_1}{m_1 - m} \vec{\Omega} \times \vec{e} - \frac{m}{m_1} u\vec{e}, \\ \vec{v}_2' &= \vec{v}_1 + \lambda_1 \vec{\Omega} \times \vec{e} + \frac{m_1 - m}{m_1} u\vec{e}. \end{aligned} \tag{35}$$

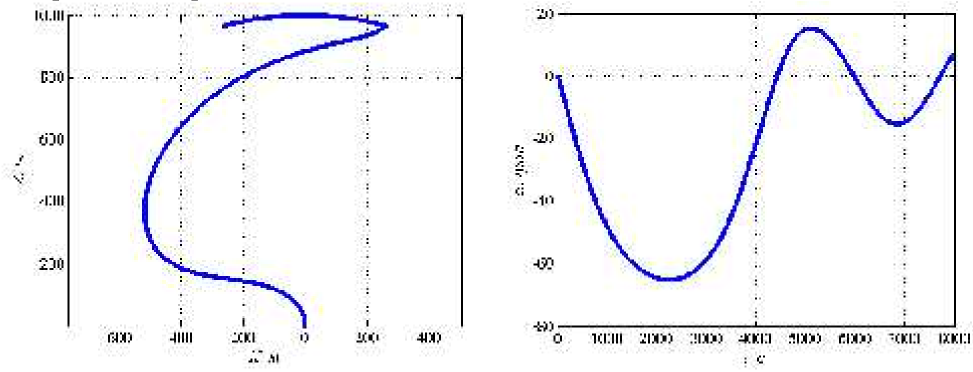
Непосредственной проверкой можно убедиться, что закон сохранения кинетического момента при этом также выполняется.

Управление развертыванием. Известен ряд законов управления развертыванием КТС [13, 14], которые зарекомендовали себя не только в теоретических исследованиях, но и при натурной отработке на орбите. Так, активное управление, использованное в полете SEDS-2 [14], помимо развертывания троса, обеспечило малую амплитуду его колебаний относительно местной вертикали. Однако эти законы достаточно сложны, тогда как для увода спутника целесообразно использовать простейшие законы, например: единственный импульс в начале развертывания (возможно, в сочетании с пассивным демпфированием) или развертывание с постоянной скоростью. Первый случай подробно рассмотрен в ряде работ, в частности по проектам TSS и SEDS (см., например, [14, 15]), поэтому далее мы рассмотрим развертывание с постоянной скоростью.

Исследование динамики. Сравним развертывание КТС с невесомым и весомым тросом при следующих параметрах системы: высота полета $h = 700$ км, массы концевых тел $m_1 = m_2 = 20$ кг, длина троса $L = 1$ км, скорость развертывания $u = 0{,}2$ м/с. Масса троса $M = 1$ кг. Исходный код расчетных программ помещен в [16].

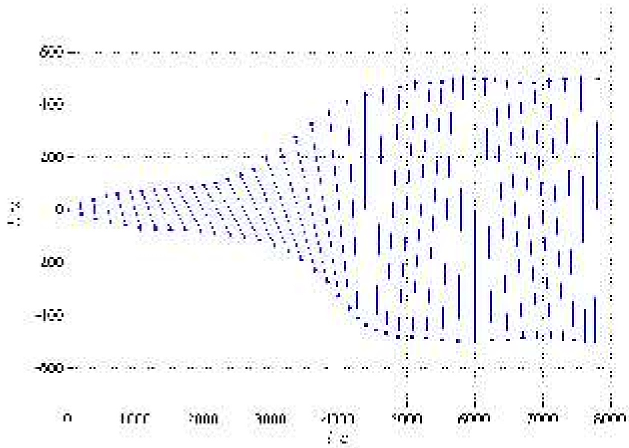
На рис. 6 приведены: график зависимости z-координаты радиуса-вектора, связывающего концевые тела системы с невесомым тросом l_1, от его x-координаты (рис. 6а) и график изменения угла α отклонения вектора l_1 от местной вертикали со временем (рис. 6б).

На рис. 7 приведены профили развертывания КТС с невесомым тросом (рис. 7а) и весомым тросом при $N = 30$ (рис. 7б). Как видно из рисунков, учет массы троса, находящегося под действием только силы гравитации (без учета аэродинамических и других возмущающих сил), не влияет сколько-нибудь существенно на характер развертывания. Расчеты, проведенные вплоть до $N = 80$, также не выявили существенных изменений в характере развертывания. К сходным выводам приходят и в [11], где рассматривалось импульсное развертывание троса.

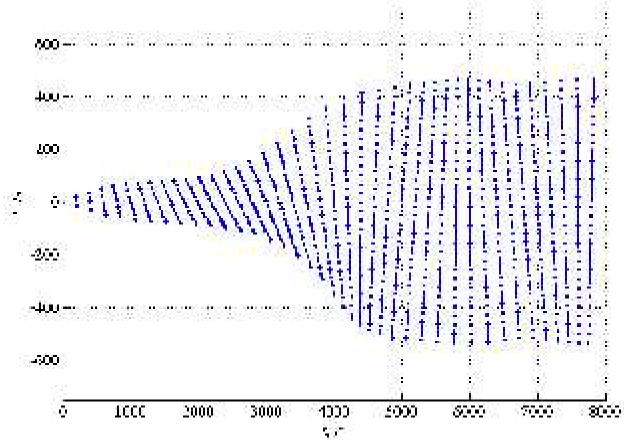


а) б)

Рис. 6



а)



б)

Рис. 7

Выводы. Анализ существующих схем развертывания КТС позволил выделить два подхода к развертыванию: быстрое (импульсное) и медленное (квазистатическое). Первый способ хорошо отработан на практике и может применяться для увода с орбиты крупных фрагментов спутников и ракет-носителей. Второй способ отработан значительно меньше, однако представляется весьма перспективным для натурных экспериментов по созданию систем увода. Дело в том, что в экспериментальной проверке нуждаются не только (и не столько) схемы развертывания КТС, но и модели расчета электродинамической тормозящей силы – основы системы увода. В таких экспериментах дешевле использовать малые спутники, для которых медленное развертывание представляется более удобным (если не единственно возможным [6]) способом.

Предложена математическая модель развертывания КТС с учетом весомости троса. Модель имеет много общего с моделью [11], отличаясь от нее, в первую очередь, использованием упругих связей между материальными точками (в [11] эти связи предполагаются нерастяжимыми), что позволило существенно упростить уравнения модели.

Моделирование медленного развертывания троса, находящегося под действием сил гравитации, показало, что его масса не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на характер развертывания. К сходным выводам приходят и в [11], где рассматривается импульсное развертывание весомого троса.

Работа выполнена при поддержке Целевой комплексной программы НАН Украины по научным космическим исследованиям на 2012 – 2016 гг., договор № II-16-13-2.

1. The Threat of Orbital Debris and Protecting NASA Space Assets from Satellite Collisions (28 April 2009). [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://images.spaceref.com/news/2009/ODMediaBriefing28Apr09-1.pdf.
2. *van Pelt M.* Space Tethers and Space Elevators / *M. van Pelt.* – New York : Praxis Publishing, 2009 – 215 p.
3. *Cartmell M. P.* A review of space tether research / *M. P. Cartmell, D. J. McKenzie* // Progress in Aerospace Sciences. – 2008. – V. 44, N 1. – P. 1 – 21.
4. *Белецкий В. В.* Динамика космических тросовых систем / *В. В. Белецкий, Е. М. Левин.* – М. : Наука, 1990. – 329 с.
5. *Wen H.* Advances in dynamics and control of tethered satellite systems / *H. Wen, D. P. Jin, H. Y. Hu* // Acta Mechanica Sinica. – 2008. – V. 24. – P. 229 – 241.
6. *Пироженко А. В.* Схема развертывания малой космической тросовой системы / *А. В. Пироженко, Д. А. Храмов* // Вісник Дніпропетровського університету : Ракетно-космічна техніка. – 2007. – № 9/2. – С. 198 – 204.
7. *Carroll J. A.* SEDS Deployer Design and Flight Performance / *J. A. Carroll* // Fourth International Conference on Tether In Space, Washington, 10–14 April, 1995. – Washington, 1995. – P. 593 – 600.
8. Space Demonstration of Bare Electrodynamic Tape-Tether Technology on the Sounding Rocket S520-25 / *H. A. Fujii et al*. // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 08–11 August, 2011, Portland, Oregon. – Portland : AIAA, 2011. – 12 p.
9. *Koss S. M.* Tether Deployment Mechanism for the Advanced Tether Experiment (ATEx) / *S. M. Koss* // 7th European Space Mechanisms and Technology Symposium, October, 1997, Noorwijk, Netherlands. – Noorwijk, 1997. – P. 11 – 18.
10. *Gates S. S.* Advanced Tether Experiment Deployment Failure / *S. S. Gates, S. M. Koss, M. F. Zedd* // The Journal of Spacecraft and Rockets. – 2001. – V. 38, N. 1. – P. 60 – 68.
11. *Сазонов В. В.* Математическое моделирование с учетом массы троса / *В. В. Сазонов* // Препринты Института прикладной математики РАН. – 2006. – № 58. – 36 с.
12. *Дигнат Ф.* Управление колебаниями орбитальной тросовой системы / *Ф. Дигнат, В. Шилен //* Прикладная математика и механика. – 2000. – Т. 64, N 5. – С. 747 – 754.
13. *Rupp Ch. C.* A Tether Tension Control Law for Tethered Subsatellites Deployed along Local Vertical / *Rupp Ch. C.* // NASA Technical Memorandum, NASA-TM-X-64963, November, 1975.
14. *Carroll J. A.* SEDS Deployer Design and Flight Performance / *J. A. Carroll* // Proceedings of the AIAA Space Programs and Technology Conference Exhibit, 21–23 September, 1993, Huntsville, Alabama. – Huntsville, 1993. – AIAA Paper 93–4764.
15. *Nakamura Y.* The Simplest Tether Control Law in a Small Satellite / *Y. Nakamura* // Kyushu university experimental satellite team. Papers. [Электронный ресурс] — Режим доступа : http://ssdl-www.aero.kyushu-u.ac.jp/quest/papers/97aas_406.pdf
16. Схемы и модели развертывания космических тросовых систем : исходный код. [Электронный ресурс] — Режим доступа : http://dkhramov.dp.ua/uploads/Sci/SPubl/khramov_tm_2014_code.zip

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 09.09.2014,
в окончательном варианте 15.10.14