УДК 629.7 https://doi.org/10.15407/itm2020.03.030

Ю. М. ГОЛЬДШТЕЙН

ПРО ВИБІР ОРБІТИ БАЗУВАННЯ СЕРВІСНОГО КОСМІЧНОГО АПАРАТА

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: jura_gold@meta.ua

У цей час спостерігається істотне зростання вимог до тривалості активного існування космічних апаратів, надійності їх функціонування й зниження експлуатаційних витрат. У зв’язку з цим підвищується інтерес до технології орбітального сервісного обслуговування. Одним з найбільш перспективних напрямків підвищення ефективності транспортних операцій у космосі є використання для сервісного обслуговування багаторазових космічних апаратів із сонячними електричними реактивними двигунами малої тяги. Метою статті є розробка методики для вибору оптимальної орбіти базування багаторазового сервісного космічного апарата в області низьких навколоземних орбіт. Розглянуто випадок некомпланарних, близьких до кругових орбіт космічних апаратів і човниковий сценарій їх обслуговування. Розв’язок задачі вибору оптимальної орбіти базування багаторазового сервісного космічного апарата передбачає багаторазовий розв’язок задачі визначення характеристичної швидкості міжорбітальних перельотів сервісного космічного апарата між орбітою базування й орбітами космічних апаратів, що обслуговуються. В зв’язку із цим з використанням методу усереднення розроблено математичну модель для швидкого аналітичного визначення програмних керувань і траєкторій просторових міжорбітальних перельотів і оцінки енергетичних витрат на перельоти. З її використанням розроблено математичну модель вибору оптимальної орбіти базування сервісного космічного апарата. У якості цільової функції обрано сумарну характеристичну швидкість міжорбітальних перельотів сервісного космічного апарата з орбіти базування на орбіти космічних апаратів, що обслуговуються, та зворотно, з урахуванням кратності виконання польотів. У якості параметрів, що оптимізуються, розглянуті орбітальні параметри орбіти базування сервісного космічного апарата. Використання запропонованої методики проілюстровано прикладом оптимізації орбіти базування сервісного космічного апарата. Новизна отриманих результатів полягає в розробленій методиці і математичних моделях. Отримані результати можуть знайти застосування при попередньому плануванні орбітальних сервісних операцій.

Ключові слова: *багаторазовий космічний апарат, оптимізація, орбіта базування, орбітальне сервісне обслуговування, мала тяга, метод усереднення.*

At present, the requirements for increasing spacecraft active life and operational reliability and reducing spacecraft operation costs become more and more stringent. Because of this, on-orbit servicing becomes more and more attractive. One of the most promising ways to increase the efficiency of transport operations in space is to carry out on-orbit servicing using reusable spacecraft with low-thrust solar electrojet engines. The aim of this paper is to develop a mathematical model for the choice of an optimal low near-Earth parking orbit for a reusable service spacecraft. The case of noncoplanar near-circular orbits of spacecraft and a shuttle scenario of their servicing is considered. The solution of the problem of choosing an optimal parking orbit for a reusable service spacecraft involves repeated solutions of the problem of determining the delta-velocity of the service spacecraft’s orbital transfers between its parking orbit and the orbits of the serviced spacecraft. In this connection, using the averaging method, a mathematical model is developed for the analytical determination of orbital transfer program controls and trajectories and assessing orbital transfer energy expenditures. With its use, a mathematical model is developed for the choice of a service spacecraft’s optimal parking orbit. The objective function is the total delta-velocity of the service spacecraft’s orbital transfers from its parking orbit to the orbits of the serviced spacecraft and vice versa with the inclusion of the orbital transfer frequency. The optimizable parameters are the service spacecraft parking orbit parameters. The use of the proposed models is illustrated by an example of service spacecraft parking orbit optimization. What is new is the mathematical models developed. The results obtained may be used in the preliminary planning of on-orbit servicing operations.

Keywords: *reusable spacecraft, optimization, parking orbit, on-orbit servicing, low thrust, averaging method.*

Вступ. Після запуску космічного апарата (КА) доступ до нього суттєво обмежений. Реально можливе тільки відновлення оператором програмного забезпечення КА. В операторів немає можливості замінити або відремонтувати непрацюючий модуль або дозаправити КА на орбіті. Виникнення одного з вище перерахованих збоїв приводить до скорочення терміну активного існування КА. Останнім часом спостерігається зростання вимог до збільшення тривалості активного існування, надійності функціонування й зниження експлуатаційних витрат функціонуючих в області низьких навколоземних орбіт (ННО) КА. У зв’язку із цим підвищується інтерес до орбітального сервісного обслуговування (ОСО). За наявними оцінками технологія ОСО є важливим напрямком підвищення ефективності космічної діяльності. Це обумовлено тим, що ОСО може використовуватися для ремонту й модернізації КА, для дозаправки на орбіті, переміщення, обслуговування, боротьби з космічним сміттям і. т. п. [1 – 4]. У цей час багаторазові сервісні КА (СКА) з електричними реактивними двигунами розглядаються в якості найбільш перспективних для виконання операцій ОСО [5].

Питанням планування ОСО присвячені роботи багатьох дослідників [6 – 11]. Більшість робот зосереджено на проблемах оптимізації орбітальної дозаправки КА на геостаціонарній орбіті [9 – 11]. Питанням планування ОСО в області ННО приділено менше уваги. У зв’язку з тенденцією до зростання використання ОСО в області ННО, у цей час, існує потреба в удосконаленні існуючих і розробці нових математичних моделей для вибору оптимальних орбіт базування СКА, що задовольняють технічним і економічним обмеженням.

У роботі розглянуто задачу попереднього планування обслуговування сукупності КА за човниковою схемою виконання ОСО, по якій після кожної операції обслуговування здійснюється повернення СКА на орбіту базування. За умовами задачі припускається, що на близькій до кругової орбіті базування функціонує багаторазовий СКА з електричним ракетним двигуном постійної тяги. Він призначений для сервісного обслуговування сукупності КА, що перебувають на різних низьких некомпланарних і близьких до кругових орбітах. Як відомо, використання СКА з електричним реактивним двигуном для перельоту між близькими до кругових орбітами приводить до довготривалих багатовиткових спіралеподібних орбіт перельоту. Тривалість активного польоту СКА по перехідних орбітах у багатьох випадках може збігатися з тривалістю польоту. Задача СКА полягає в тому, що він повинен підлетіти до кожного з КА й обслужити його.

Для вибору оптимальної орбіти базування багаторазового СКА з електричним ракетним двигуном постійної тяги використано метод оптимізації з обмеженнями. У якості цільової функції використано сумарну характеристичну швидкість міжорбітальних перельотів СКА з орбіти базування на орбіти космічних апаратів, що обслуговуються, і зворотно, з урахуванням кратності виконання польотів. У якості параметрів, які оптимізуються, розглянуто орбітальні параметри орбіти базування СКА.

Розв’язок задачі вибору оптимальної орбіти базування сервісного космічного апарата передбачає багаторазовий розв’язок задачі визначення характеристичної швидкості перельотів СКА між орбітою базування й орбітами КА, що обслуговуються. В роботі розроблено аналітичні моделі для визначення програмних керувань, траєкторій просторових міжорбітальних перельотів і оцінки енергетичних витрат, які дозволяють істотно прискорити процес вибору оптимальної орбіти базування багаторазового СКА.

Динаміка міжорбітальних перельотів СКА із двигуном малої тяги.

Розглянуто керований рух СКА з двигуном малої тяги. Керування здійснюється при нульовому куті тангажа за рахунок зміни величини й напрямку кута рискання β й параметра γ – аргумент широти, при якому змінюється знак кута рискання. Керуючий кут рискання β змінює знак кожні пів-обороту орбіти при значеннях аргументу широти u, які дорівнюють γ і $\gamma + \pi$.

$$\beta = \begin{cases} -\tilde{\beta} & u \in [\gamma, \gamma + \pi], \\ \tilde{\beta} & u \in [0, \gamma] \cup [\gamma + \pi, 2\pi], \end{cases} \qquad (1)$$

$$\tilde{\beta} \in [-\pi, \pi], \gamma \in [0, \pi].$$

У припущенні нульового ексцентриситету орбіти міжорбітального перельоту запишемо систему рівнянь динаміки СКА, з урахуванням впливу другої зональної гармоніки геопотенціалу Землі, в зручному для проведення аналітичних досліджень вигляді рівнянь (2) – (5) в орбітальних елементах [12].

$$\frac{da}{dt} = 2\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \left[\frac{T}{m}\cos\beta - \frac{3\mu J_2 R_3^2}{a^4}\sin^2 i \sin u \cos u \right], \qquad (2)$$

$$\frac{di}{dt} = \sqrt{\frac{a}{\mu}} \left[\frac{T}{m}\sin\beta\cos u - \frac{3\mu J_2 R_3^2}{a^4}\sin i \cos i \sin u \cos u \right], \qquad (3)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \sqrt{\frac{a}{\mu}} \left[\frac{T}{m}\sin\beta\frac{\sin u}{\sin i} - \frac{3\mu J_2 R_3^2}{a^4}\cos i \sin^2 u \right], \qquad (4)$$

$$\frac{du}{dt} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} - \sqrt{\frac{a}{\mu}} \left[\frac{T}{m}\sin\beta\frac{\sin u}{\tan i} + \frac{3\mu J_2 R_3^2}{a^4}\left(4\cos^2 i - 1\right)\sin^2 u \right], \qquad (5)$$

де a – велика піввісь, i – нахил, Ω – довгота висхідного вузла, u – аргумент широти, m – маса СКА з вантажем, T – тяга, що діє на СКА, β – кут рискання тяги, R_3 – екваторіальний радіус Землі, μ – гравітаційний параметр Землі, J_2 – друга зональна гармоніка Землі.

Для коротких міжорбітальних перельотів СКА з електричними ракетними двигунами постійної малої тяги, як правило, можна знехтувати зменшенням маси за рахунок витікання робочого тіла. Прискорення ε СКА за рахунок тяги приблизно постійне й має вигляд (6)

$$\varepsilon = \frac{T}{m}. \qquad (6)$$

Керуючись методикою [12], з врахуванням (1), усереднимо систему динамічних рівнянь (2) – (5) по аргументу широти u. В результаті отримаємо наступну систему усереднених динамічних рівнянь (7) – (10).

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = 2\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\varepsilon\cos\tilde{\beta}, \qquad (7)$$

$$\left\langle \frac{di}{dt} \right\rangle = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\varepsilon\sin\tilde{\beta}\sin\gamma, \qquad (8)$$

$$\left\langle \frac{d\Omega}{dt} \right\rangle = -\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\varepsilon\frac{\sin\tilde{\beta}}{\sin i}\cos\gamma - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}R_3^2\cos i, \qquad (9)$$

$$\left\langle \frac{du}{dt} \right\rangle = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\tan i}\sin\tilde{\beta}\cos\gamma + \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}R_3^2\left(4\cos^2 i - 1\right), \qquad (10)$$

з початковими умовами a_0, i_0, Ω_0, u_0.

Проаналізуємо два окремих варіанти системи динамічних рівнянь (7) – (10) для фіксованих значень керуючих параметрів $\tilde{\beta}$ і γ.

1. Якщо параметр $\gamma = \pi/2$ система рівнянь (7) – (10) перетворюється на систему рівнянь (11) – (14)

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = 2\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\varepsilon \cos\tilde{\beta}\,, \tag{11}$$

$$\left\langle \frac{di}{dt} \right\rangle = \frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\varepsilon \sin\tilde{\beta}\,, \tag{12}$$

$$\left\langle \frac{d\Omega}{dt} \right\rangle = -\frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}\,R_3^2\cos i\,, \tag{13}$$

$$\left\langle \frac{du}{dt} \right\rangle = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}R_3^2\left(4\cos^2 i - 1\right). \tag{14}$$

Рівняння (11) і (12) мають аналітичні розв'язки (15) і (16)

$$a(t) = a_0\left(1 - \varepsilon\cos\tilde{\beta}\sqrt{\frac{a_0}{\mu}}t\right)^{-2}, \tag{15}$$

$$i(t) = i_0 - \frac{2}{\pi}\tan\tilde{\beta}\log\left(1 - \varepsilon\cos\tilde{\beta}\sqrt{\frac{a_0}{\mu}}t\right). \tag{16}$$

Змінні $\Omega(t)$ і $u(t)$ розраховуються числовим інтегруванням (13) і (14).

2. Якщо параметр $\gamma = 0$ або π і параметр $\tilde{\beta} = \pm\pi/2$ система рівнянь (7) – (10) перетворюється на систему рівнянь (17) – (20).

$$\left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle = 0\,, \tag{17}$$

$$\left\langle \frac{di}{dt} \right\rangle = 0\,, \tag{18}$$

$$\left\langle \frac{d\Omega}{dt} \right\rangle = \mp\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\sin i} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}\,R_3^2\cos i\,, \tag{19}$$

$$\left\langle \frac{du}{dt} \right\rangle = \pm\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\tan i} + \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}R_3^2\left(4\cos^2 i - 1\right). \tag{20}$$

Рівняння (17) і (20) мають аналітичні розв'язки (21) – (24)

$$a = a_0\,, \tag{21}$$

$$i = i_0\,, \tag{22}$$

$$\Omega(t) = \Omega_0 + \left(\mp\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a_0}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\sin i_0} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a_0^7}}\,R_3^2\cos i_0\right)t\,, \tag{23}$$

$$u(t) = u_0 + \left(\pm\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a_0}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\tan i_0} + \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a_0^7}}R_3^2\left(4\cos^2 i_0 - 1\right)\right)t\,. \tag{24}$$

Оцінка енергетичних витрат міжорбітального перельоту. Оцінку енергетичних витрат міжорбітального перельоту СКА проведено з використанням характеристичної швидкості перельоту ΔV. У загальному випадку ΔV обчислюється за формулою (25)

$$\Delta V = \int_{t_н}^{t_н+\Delta t} \varepsilon(t)\,d\,t\,, \tag{25}$$

де $t_н$ й Δt – початковий час і тривалість польоту із працюючим двигуном.

Для коротких міжорбітальних перельотів СКА з електричними ракетними двигунами постійної малої тяги прискорення ε СКА, як правило, майже не залежить від часу польоту t. Завдяки цьому формула (25) спрощується й перетворюється на формулу (26)

$$\Delta V = \varepsilon\,\Delta t\ . \tag{26}$$

Вибір початкового часу польоту $t_н$ проводиться таким чином, щоб у кінці перельоту була відсутня неузгодженість між фазовими позиціями СКА та КА, що обслуговується. Можливість такого вибору та тривалість очікування часу $t_н$ обумовлена різницею в періодах обертання СКА та КА, що обслуговуються.

Задача визначення тривалості польоту із працюючим двигуном Δt приводить до необхідності розв'язку задачі визначення програмних керувань і траєкторій просторових міжорбітальних перельотів з вільним часом перельоту.

Розглянемо наступну балістичну схему міжорбітального перельоту СКА з орбіти базування на орбіту КА, що обслуговується. Траєкторія перельоту із працюючим двигуном складається із двох частин. На першій частині траєкторії СКА здійснює переліт з початкової орбіти базування з параметрами $a_н$, $i_н$, $\Omega_н$, $u_н$ на проміжну орбіту з параметрами $a_к$, $i_к$, $\Omega_п$, $u_п$. На другій частині траєкторії СКА здійснює переліт із проміжної орбіти з параметрами $a_к$, $i_к$, $\Omega_п$, $u_п$ на орбіту КА, що обслуговується з параметрами $a_к$, $i_к$, $\Omega_к$, $u_к$. Повернення СКА на орбіту базування проводиться у зворотному порядку.

Під час перельоту СКА по першій частині траєкторії керуючий параметр γ дорівнює $\pi/2$. В результаті перельоту СКА по першій частині траєкторії усуваються неузгодженості між великими півосями й нахилами орбіт базування й призначення СКА.

З урахуванням (15) – (16) розглянемо крайову задачу (27), (28) для визначення керуючого параметра $\tilde{\beta}_1$ й тривалість перельоту Δt_1 по першій частині траєкторії.

$$a_к = a_н\left(1-\varepsilon\cos\tilde{\beta}_1\sqrt{\frac{a_н}{\mu}}\Delta\,t_1\right)^{-2}. \tag{27}$$

$$i_к = i_н - \frac{2}{\pi}\tan\tilde{\beta}_1\,\log\left(1-\varepsilon\cos\tilde{\beta}_1\sqrt{\frac{a_н}{\mu}}\Delta\,t_1\right). \tag{28}$$

Якщо $a_н \neq a_к$ система трансцендентних рівнянь (27) , (28) має аналітичний розв'язок (29) , (30).

$$\tilde{\beta}_1 = \begin{cases} \beta^* \text{ якщо } a_н < a_к \\ \pi + \beta^* \text{ якщо } a_н > a_к \text{ та } i_н < i_к \\ -\pi + \beta^* \text{ якщо } a_н > a_к \text{ та } i_н > i_к \end{cases}, \tag{29}$$

де

$$\beta^* = \arctan\left[\frac{\pi(i_н - i_к)}{2}\left[\log\left(\sqrt{\frac{a_н}{a_к}}\right)\right]^{-1}\right],$$

$$\Delta t_1 = \left(1 - \sqrt{\frac{a_н}{a_к}}\right) \bigg/ \left(\varepsilon \cos\tilde{\beta}_1 \sqrt{\frac{a_н}{\mu}}\right). \tag{30}$$

Якщо $a_н = a_к$, керуючий параметра $\tilde{\beta}_1$ й тривалість перельоту Δt_1 на першій частині траєкторії визначаються формулами (31) і (32)

$$\tilde{\beta}_1 = \pm\frac{\pi}{2}, \tag{31}$$

$$\Delta t_1 = \frac{\pi}{2\varepsilon}\sqrt{\frac{\mu}{a_н}}\left|i_к - i_н\right|. \tag{32}$$

Зміна довготи висхідного вузла й аргументу широти за час перельоту по першій частині траєкторії розраховуються за формулами (33) , (34)

$$\Omega_п = \Omega_н - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\mu}R_З^2\int_0^{\Delta t_1} a(t)^{-7/2}\cos i(t)\,dt, \tag{33}$$

$$u_п = u_н + \int_0^{\Delta t_1}\sqrt{\frac{\mu}{a(t)^3}}dt - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\mu}R_З^2\int_0^{\Delta t_1} a(t)^{-7/2}\left(4\cos^2 i(t) - 1\right)dt, \tag{34}$$

де $a(t)$, $i(t)$ визначаються формулами (15), (16).

Під час перельоту СКА по другій частині траєкторії керуючий параметр γ дорівнює 0 або π, а керуючий параметр $\tilde{\beta}_2$ дорівнює $\pm\pi/2$. В результаті перельоту СКА по другій частині траєкторії усуваються неузгодженості між довготами висхідних вузлів проміжної орбіти та орбіти призначення СКА.

Тривалість перельоту Δt_2 по другій частині траєкторії визначається із крайової умови (35) і обчислюється за формулою (36)

$$\Omega_к = \Omega_п + \left(\mp\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a_к}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\sin i_к} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a_к^7}}R_З^2\cos i_к\right)\Delta t_2. \tag{35}$$

$$\Delta t_2 = \left|(\Omega_к - \Omega_п)\left(\mp\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a_к}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\sin i_к} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a_к^7}}R_З^2\cos i_к\right)^{-1}\right|. \tag{36}$$

З урахуванням (21), (22), (24), за час перельоту по другій частині траєкторії велика піввісь a і нахил i не змінюються, а для обчислення зміни аргументу широти використовується формула (37)

$$u_к = u_п + \left(\pm\frac{2}{\pi}\sqrt{\frac{a_к}{\mu}}\varepsilon\frac{1}{\tan i_к} + \sqrt{\frac{\mu}{a_к^3}} - \frac{3}{2}J_2\sqrt{\frac{\mu}{a_к^7}}R_3^2\left(4\cos^2 i_к - 1\right)\right)\Delta t_2 . \qquad (37)$$

Сумарна тривалість польоту із працюючим двигуном дорівнює сумі тривалостей перельоту по першій і другій частинам траєкторії міжорбітального перельоту та має вигляд (38)

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 . \qquad (38)$$

Формули (26), (38) дозволяють оперативно обчислювати характеристичну швидкість ΔV міжорбітального перельоту СКА з орбіти базування на орбіту КА, що обслуговується, й зворотно.

Оптимізація орбіти базування СКА. Проблема підвищення ефективності транспортних операцій при виконанні ОСО є одним з основних обмежень для реалізації цих проєктів. У зв’язку зі зростанням зацікавленості в розвитку ОСО велике значення набуває задача вибору оптимальних за енергетичними витратами на виконання ОСО й задовольняючих технічним і економічним обмеженням орбіт базування СКА. У якості орбіти базування СКА звичайно використовується кругова орбіта.

Під час вибору орбіт базування СКА необхідно задовільнити низку суперечливих обмежень. Для здешевлення дозаправки СКА, доставки на нього змінних модулів і максимального використання високоефективних електрореактивних двигунів, орбіти базування повинні перебувати на мінімальній припустимій висоті й задовільняти обмеженням по інших орбітальних параметрах.

Як відомо, низькі орбіти перебувають в зоні, що має найбільш високу щільність засмічення техногенним космічним “сміттям”, зіткнення з яким можуть привести до пошкодження СКА й, відповідно, до зменшення терміну його активного функціонування. Зміна параметрів кругової орбіти базування СКА до значень, що забезпечують прийнятний рівень ризику його зіткнення з космічним “сміттям”, неминуче приводить до подорожчання доставки палива й вантажів на СКА.

В роботі розглянуто задачу вибору оптимальних за енергетичними витратами на виконання ОСО й задовільняючих технічним і економічним обмеженням орбіт базування СКА. Ця задача допускає формулювання в термінах задачі нелінійного програмування з обмеженнями. За умовами задачі відомі параметри n орбіт КА, що обслуговуються, кількість їх обслуговувань і обмеження на параметри орбіти базування СКА. Необхідно визначити орбітальні параметри оптимальної орбіти базування СКА. В якості критерію оптимальності орбіти базування СКА прийнята сумарна характеристична швидкість міжорбітальних перельотів СКА з орбіти базування на орбіти КА, що обслуговуються, й повернень на орбіту базування СКА. Кожному космічному апарату, що обслуговується, зіставлена кількість обслуговувань за розглянутий період. У якості параметрів, що оптимізуються, розглянуто орбітальні параметри орбіти базування СКА.

Мінімізується цільова функція (39).

$$z = \left(\overline{k}\ \Delta\overline{V}\left(\overline{x}\right)\right) \rightarrow \min, \qquad (39)$$

де $\overline{k}$ – вектор кількості перельотів СКА з орбіти базування на орбіти КА, що обслуговуються, $\overline{x} = \left(a_н, i_н, \Omega_н\right)$ – вектор параметрів орбіти базування СКА, $\Delta\overline{V}\left(\overline{x}\right)$ – вектор характеристичних швидкостей перельотів СКА з орбіти базування на орбіти КА, що обслуговуються.

Враховуючи (39) сформулюємо задачу вибору оптимальних параметрів орбіти базування СКА у вигляді (40).

$$\begin{gathered} \overline{x}^{*} = \arg\min_{\overline{x}} \left(\overline{k}\ \Delta\overline{V}\left(\overline{x}\right)\right), \\ \overline{x}_{\min} \le \overline{x}^{*} \le \overline{x}_{\max}, \end{gathered} \qquad (40)$$

де $\overline{x}^{*} = \left(a_н^{*}, i_н^{*}, \Omega_н^{*}\right)$ – вектор параметрів оптимальної орбіти базування СКА, $\overline{x}_{\min}$ і $\overline{x}_{\max}$ – вектори мінімальних і максимальних припустимих значень параметрів оптимальної орбіти базування СКА.

В роботі для пошуку локального мінімуму задачі нелінійної оптимізації з обмеженнями використано програмну реалізацію метода послідовного квадратичного програмування в пакеті прикладних програм Scilab.

Ілюстративний приклад. Для демонстрації запропонованої методики наведемо приклад оптимізації орбіти базування СКА, який обслуговує п’ять КА. У якості критерію ефективності для вибору оптимальної орбіти базування СКА використано сумарні витрати характеристичної швидкості для виконання ОСО. За умовами задачі, СКА з двигунною установкою із 2 СПД-140 має початкову масу 1500 кг. У таблиці 1 наведено технічні характеристики стаціонарного плазмового двигуна СПД-140 [5].

Таблиця 1 – Характеристики СПД-140

Характеристика	СПД-140
Тяга, мН	300
Питомий імпульс тяги, с	2000
Потужність, кВт	5
Ресурс, год	10000
Маса, кг	7,5

Параметри орбіт і маси вантажу для КА, що обслуговуються, наведено в таблиці 2.

Таблиця 2 – Параметри орбіт і маса вантажу для КА, що обслуговуються

Номер орбіти	Висота орбіти, км	Нахил орбіти, град	Довгота висхідного вузла орбіти, град	Кількість перельотів на орбіту	Маса вантажу для КА, що обслуговується, кг
1	500,00	67,00	17,00	1	600,00
2	700,00	62,00	22,00	1	570,00
3	900,00	63,00	23,00	2	530,00
4	650,00	58,00	18,00	1	450,00
5	800,00	56,00	21,00	2	430,00

Зроблено припущення, що з технічних і економічних міркувань висота, нахил й довгота висхідного вузла оптимальної орбіти базування СКА повинні задовольняти наступним обмеженням: $500\ км \le h_н^* \le 700\ км$, $59° \le i_н^* \le 61°$, $16° \le \Omega_н^* \le 20°$.

В результаті числової оптимізації розглянутого тестового прикладу отримано наступні параметри оптимальної орбіти базування СКА:

$$h_н^* = 700 \text{ км},\ i_н^* = 61°,\ \Omega_н^* = 20°.$$

Висновки. З використанням методу усереднення по швидкому параметру розроблено математичну модель для аналітичного визначення програмних керувань і траєкторій просторових міжорбітальних перельотів, оцінки енергетичних витрат для їхньої реалізації. З її використанням розроблено методику вибору оптимальної орбіти базування СКА. Використання запропонованої методики проілюстровано прикладом вибору оптимальної орбіти базування СКА. Отримані результати можуть знайти застосування на попередньому етапі планування місій орбітального сервісного обслуговування.

1 *Иванов В. М.* Основные положения концепции орбитального обслуживания перспективных автоматических космических аппаратов. Ракетно-космическая техника. Вестник МАИ. 2008. Т. 15. № 3. С. 5–7.

2 *Васильев В. В.* Введение в орбитальное сервисное обслуживание. К.: «Элмис». 2013. 28 с.

3 *Stephen J.* Design for on-orbit spacecraft servicing. Specialist Conference. Paper AAS 14–374. 2014. P. 1–12.

4 *Алпатов А. П., Гольдштейн Ю. М.* Методика кластеризации орбит обслуживаемых космических аппаратов. Системні технології. 2019. № 3. С. 93–97. https://doi.org/10.34185/1562-9945-3-122-2019-11

5 *Дронь Н. М., Хорольский П. Г., Дубовик Л. Г.* Оценка энергомассовых характеристик активных систем увода космических объектов с низких околоземных орбит. Авиационно-космическая техника и технология. 2015. № 7. С. 39–44.

6 *Cerf M.* Low–thrust transfer between circular orbits using natural precession. J. Guid. Contr. Dynam. 2016. Vol. 39. № 10. P. 232–239. https://doi.org/10.2514/1.G001331

7 *Alpatov A. P., Holdstein Y. M.* On the choice of ballistic parameters of the orbital service device. Техническая механика. 2019. № 1. С. 25–37. https://doi.org/10.15407/itm2019.01.025

8 *Алпатов А. П., Гольдштейн Ю. М.* О выборе оптимального маршрута орбитального сервисного обслуживания. Технічна механіка. 2019. № 4. С. 21–28. https://doi.org/10.15407/itm2019.04.021

9 *Han C., Zhang S., Wang X.* On-orbit servicing of geosynchronous satellites based on low-thrust transfers considering perturbations. Acta Astronautica. 2019, № 159. P. 658–675. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.01.041

10 *Zhao S.G., Gurfil P., Zhang J.R.* Optimal servicing of geostationary satellites considering Earth's triaxiality and lunisolar effects. J. Guid. Contr. Dynam. 2016. Vol. 39, № 10. P. 1–13. https://doi.org/10.2514/1.G001424

11 *Chen X.Q., Yu. J.* Optimal mission planning of GEO on-orbit refueling in mixed strategy. Acta Astronautica. 2017. № 133. P. 63–72. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2017.01.012

12 *Zhang. S., Han C., Sun X.* New solution for rendezvous between geosynchronous satellites using low thrust, J. Guid. Contr. Dynam. 2018. Vol. 41, № 3. P. 1397–1406. https://doi.org/10.2514/1.G003270

Отримано 28.08.2020,
в остаточному варіанті 28.09.2020