УДК 629.78

А. И. МАСЛОВА

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МАЛОЙ РАДИАЛЬНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МОМЕНТА

В настоящее время широко исследуется возможность использования электродинамических космических тросовых систем (ЭДКТС) для увода космического мусора. Однако, предварительный анализ показал неустойчивость радиального положения ЭДКТС, обусловленную, в том числе, аэродинамическим воздействием. Целью работы является построение модели движения малой радиальной космической тросовой системы (КТС) относительно центра масс, пригодной для аналитических исследований резонансных движений КТС под действием переменного аэродинамического момента и оценки влияния параметров системы на эти колебания. Рассматривается движение системы вблизи положения равновесия: продольная ось КТС движется в окрестности местной вертикали, амплитуды колебаний продольной оси невелики, трос натянут гравитационными силами. Для оценки влияния аэродинамического момента на движение КТС выбрана модель гантели. Модель аэродинамического момента учитывает переменность плотности атмосферы вдоль орбиты и зависимость от ориентации КТС к набегающему потоку. Выделен рассматриваемый класс малых КТС и определены для него диапазоны изменения параметров модели. Полученные результаты будут использованы при исследовании резонансной аэродинамической неустойчивости радиальных КТС, в том числе ЭДКТС.

В даний час широко досліджується можливість використання електродинамічних космічних тросових систем (ЕДКТС) для відведення космічного сміття. Однак, попередній аналіз показав нестійкість радіального положення ЕДКТС, що обумовлена, в тому числі, аеродинамічним впливом. Метою роботи є побудова моделі руху малої радіальної космічної тросової системи (КТС) відносно центру мас, яка буде придатна для аналітичних досліджень резонансних рухів КТС під дією змінного аеродинамічного моменту і оцінок впливу параметрів системи на такі коливання. Розглядається рух системи поблизу положення рівноваги: поздовжня вісь КТС рухається біля місцевої вертикалі, амплітуди коливань поздовжньої осі невеликі, трос натягнутий гравітаційними силами. Для оцінки впливу аеродинамічного моменту на рух КТС обрана модель гантелі. Модель аеродинамічного моменту враховує змінність густоти атмосфери вздовж орбіти і залежність від орієнтації КТС відносно набігаючого потоку. Виділено для розгляду клас малих КТС та визначено для нього діапазони зміни параметрів моделі. Отримані результати буде використано при дослідженні резонансної аеродинамічної нестійкості радіальних КТС, в тому числі ЕДКТС.

At present the possibility of using the electrodynamic space tethered systems (EDSTS) for deorbiting space debris is being widely studied. However, a preliminary analysis demonstrated the instability of a radial position of EDSTS due to aerodynamic effects. The work subject is to construct the motion model of a small radial space tethered system (STS) relative to the center of mass, which is suitable for analytical studies of resonant motions of the STS by the action of a variable aerodynamic moment and for the estimation of the effect of system parameters on these oscillations. The system motion near the equilibrium position is examined: a longitudinal axis of the STS moves near a local vertical, amplitudes of the longitudinal axis oscillations are small, the tether is stretched by gravitational forces. The model of a dumbbell is chosen for the estimation of the effect of aerodynamic moment on the STS motion. The model of the aerodynamic moment takes into account the variability of the atmospheric density along orbit and its dependency on the STS orientation to the mainstream. The class under consideration of small STS is distinguished and ranges of variations in model parameters are established for it. The results will be used to study the resonant aerodynamic instability of the radial STS, including EDSTS.

Ключевые слова: *космическая тросовая система, модель движения относительно центра масс, переменный аэродинамический момент*.

Введение. Одним из наиболее перспективных направлений решения проблемы увода космических объектов с низких околоземных орбит является использование электродинамических космических тросовых систем (ЭДКТС). Это общепринятое мнение, поскольку использование ЭДКТС предоставляет уникальные возможности создания экономически эффективной пассивной системы увода [1 – 3].

© Маслова А. И., 2015

Интенсивные исследования задач функционирования ЭДКТС на низких околоземных орбитах длятся уже более двух десятков лет. Применительно к решению проблемы увода космического мусора, основное внимание в исследованиях уделяется гравитационно стабилизированной ЭДКТС. К настоящему времени в этих исследованиях получено большое количество содержательных результатов (см., например, [1, 3, 4]). Вместе с тем, результаты исследования динамики ЭДКТС показывают неустойчивость ее радиального положения, связанную с резонансами колебаний системы относительно центра масс под действием амперовых и аэродинамических моментов. Эта неустойчивость существенно затрудняет реализацию проекта создания эффективной системы увода на основе радиальной ЭДКТС и требует дополнительных исследований.

В [5] на основе анализа модели взаимодействия ЭДКТС с магнитосферой и ионосферой Земли сделан вывод о необходимости получения достоверных экспериментальных данных функционирования системы в натурных условиях. В Институте технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины был предложен проект малой экспериментальной ЭДКТС для проведения натурных экспериментов. Этот проект победил в конкурсе работ Целевой комплексной программы НАН Украины по научным космическим исследованиям на 2012–2016 гг.

В статье для оценки влияния резонансных воздействий аэродинамических сил на движение малой экспериментальной ЭДКТС предложена модель движения радиальной космической тросовой системы (КТС) относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов.

Постановка задач. Рассматривается движение КТС, состоящей из двух концевых тел, на низких околоземных орбитах высотой около 600 км (рассматривается диапазон высот 550 – 750 км). Предполагается, что орбита центра масс КТС близка к круговой кеплеровой орбите. Для рассматриваемой малой экспериментальной ЭДКТС массы тел и троса соизмеримы и составляют около одного килограмма, а длина троса порядка одного километра. Рассматривается движение относительно центра масс системы вблизи положения равновесия (рис. 1): продольная ось КТС, проходящая через центры масс концевых тел, движется в окрестности местной вертикали, амплитуды колебаний продольной оси невелики, трос натянут гравитационными силами. Не рассматривая особенности колебаний концевых тел относительно точек их крепления к тросу, для оценки влияния аэродинамического момента на движение рассматриваемой КТС естественно выбрать модель гантели. То есть рассмотрим движение системы, где тросовое соединение заменено жесткой штангой. Для аналитических исследований поверхность концевых тел КТС моделируется сферами с диаметром d_1 и d_2, поверхность троса – цилиндром с высотой цилиндра (протяженностью троса) l и диаметром d_T. Предполага-

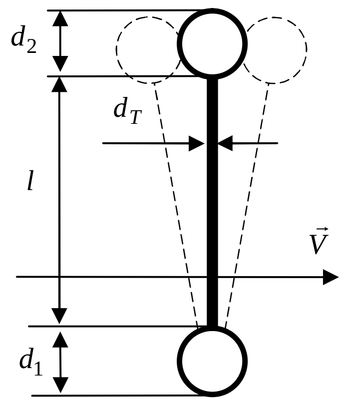

Рис. 1

ется, что составные части КТС (концевые тела и трос) имеют равномерное распределение масс.

Необходимо построить модель движения КТС относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов, пригодную для оценки резонансных колебаний КТС под действием переменного аэродинамического момента и оценки влияния параметров системы на эти колебания.

Вывод уравнений относительного движения. Воздействие постоянной составляющей аэродинамического момента приводит к отклонению продольной оси КТС от местной вертикали [6]. Вследствие этого, исследование малых колебаний системы приходится проводить не относительно гравитационно устойчивого положения, когда продольная ось совпадает с местной вертикалью, а относительно «косого» положения, определяемого равенством гравитационного и квазистационарного аэродинамического моментов. Для построения модели динамики рассматриваемой системы применим подход к построению уравнений движения космических аппаратов в режиме гравитационной стабилизации, предложенный в работе [7].

Введем следующие правые системы координат (СК):

– инерциальная СК (ИСК) $O_З XYZ$ с началом в центре масс Земли (точка $O_З$), ось $O_З X$ направлена в точку весеннего равноденствия, ось $O_З Z$ – по оси вращения Земли, ось $O_З Y$ дополняет систему до правой;

– орбитальная СК (ОСК) $Oxyz$ с началом в центре масс КТС (точка O), ось Oz направлена вдоль местной вертикали, ось Ox находится в мгновенной плоскости орбиты и направлена в сторону движения КТС, ось Oy дополняет систему до правой;

– связанная СК (ССК) $Ox_c y_c z_c$ с началом в центре масс КТС и осями, совпадающими с главными центральными осями инерции КТС (переход от ОСК к ССК осуществляется тремя последовательными поворотами на углы φ, θ и ψ соответственно (рис. 2));

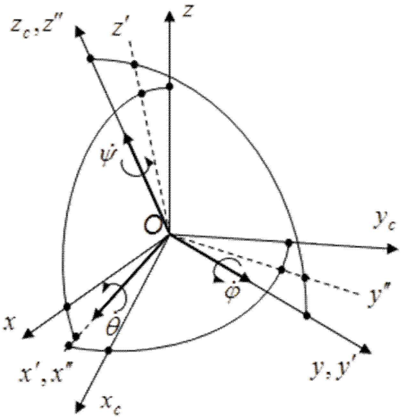

Рис. 2

– полусвязанная СК (ПСК) $O\xi\eta\zeta$ с началом в центре масс КТС, ось $O\zeta$ совпадает с продольной осью КТС Oz_c, ось $O\xi$ лежит в плоскости орбиты и совпадает с осью Ox', ось $O\eta$ дополняет систему до правой прямоугольной и совпадает с осью Oy'' (см. рис. 2).

Матрица T_{co} перехода от ОСК к ССК имеет вид

$$T_{co} = \begin{vmatrix} \sin\varphi\sin\psi\sin\theta + \cos\varphi\cos\psi & \sin\psi\cos\theta & \cos\varphi\sin\psi\sin\theta - \sin\varphi\cos\psi \\ \sin\varphi\cos\psi\sin\theta - \cos\varphi\sin\psi & \cos\psi\cos\theta & \cos\varphi\cos\psi\sin\theta + \sin\varphi\sin\psi \\ \sin\varphi\cos\theta & -\sin\theta & \cos\varphi\cos\theta \end{vmatrix}.$$

Уравнения движения КТС относительно центра масс удобно построить в проекциях на ПСК – в системе координат, нежестко связанной с КТС, которая не вращается относительно оси Oz_c. Угловые скорости ССК и ПСК относительно ОСК связаны соотношением

$$\vec{\omega}_{CO} = \vec{\omega}_{ПО} + \dot{\psi}\vec{k},$$

где $\vec{\omega}_{CO}$ – вектор угловой скорости вращения ССК относительно ОСК; $\vec{\omega}_{ПО}$ – вектор угловой скорости вращения ПСК относительно ОСК; $\vec{k}$ – орт Oz_c.

Согласно теореме об изменении кинетического момента [8]

$$\dot{\vec{L}} = \vec{L}' + \vec{\omega}_{ПИ} \times \vec{L} = \vec{M}, \tag{1}$$

где $\vec{L}$ – вектор кинетического момента; $\vec{\omega}_{ПИ}$ – угловая скорость ПСК относительно ИСК; $\vec{M}$ – вектор момента внешних сил; точка и штрих означают абсолютную и относительную производную по времени соответственно.

При любом положении КТС оси ПСК будут главными центральными, следовательно, вектор кинетического момента $\vec{L}$ можно записать в виде

$$\vec{L} = A\left(\omega_\xi\vec{e}_\xi + \omega_\eta\vec{e}_\eta\right) + C\omega_\zeta\vec{k},$$

где A – момент инерции КТС относительно осей $O\xi$, $O\eta$; C – момент инерции КТС относительно оси $O\zeta$; ω_ξ, ω_η, ω_ζ – проекции вектора абсолютной угловой скорости вращения КТС $\vec{\omega}$ на оси ПСК; $\vec{e}_\xi$, $\vec{e}_\eta$, $\vec{k}$ – орты ПСК.

Поскольку гравитационный и аэродинамический моменты не влияют на вращение КТС относительно продольной оси (см. выражения, приведенные ниже), то ω_ζ=const. Рассматривая случай, когда КТС не крутится относительно продольной оси в начальный момент времени, можно принять, что ω_ζ=const=0, тогда $\vec{L} = A\left(\omega_\xi\vec{e}_\xi + \omega_\eta\vec{e}_\eta\right)$.

Вектор абсолютной угловой скорости вращения КТС найдем как сумму вектора угловой скорости вращения ОСК относительно ИСК $\vec{\omega}_{ОИ} = \omega_0\vec{e}_2$, где ω_0 – угловая скорость орбитального движения, $\vec{e}_2$ – орт Oy и вектора угловой скорости вращения ССК относительно ОСК $\vec{\omega}_{CO} = \dot{\theta}\vec{e}_\xi + \dot{\varphi}\cos\theta\vec{e}_\eta - \dot{\varphi}\sin\theta\vec{k} + \dot{\psi}\vec{k}$. Тогда проекции абсолютной угловой скорости на оси ПСК имеют вид

$$\omega_\xi = \dot{\theta}, \quad \omega_\eta = \left(\dot{\varphi} + \omega_0\right)\cos\theta, \quad \omega_\zeta = \dot{\psi} - \left(\dot{\varphi} + \omega_0\right)\sin\theta.$$

Учитывая, что $\omega_\zeta = 0$, т. е. $\dot\psi = (\dot\varphi + \omega_0)\sin\theta$, вектор $\vec\omega_{ПИ}$ угловой скорости ПСК относительно ИСК можно записать в виде

$$\vec\omega_{ПИ} = \dot\theta\vec e_\xi + (\dot\varphi + \omega_0)\cos\theta\vec e_\eta - (\dot\varphi + \omega_0)\sin\theta\vec k .$$

Подставляя выражения для $\vec L$ и $\vec\omega_{ПИ}$ в (1), получим уравнения движения КТС в проекциях на оси ПСК

$$\begin{cases} A\ddot\theta + A(\dot\varphi + \omega_0)^2 \sin\theta\cos\theta = M_{П1}, \\ A\left[\ddot\varphi\cos\theta - 2(\dot\varphi + \omega_0)\dot\theta\sin\theta\right] = M_{П2}, \end{cases} \quad (2)$$

где $M_{П1}$, $M_{П2}$ – проекции внешних моментов на оси ПСК.

Гравитационный момент. Вектор гравитационного момента $\vec M^g$, действующего на КТС на кеплеровой круговой орбите, определим следующим образом

$$\vec M^g = 3\omega_0^2 \vec e_R \times \left(\bar{\bar J}\vec e_R\right),$$

где $\bar{\bar J}$ – тензор инерции КТС; $\vec e_R = \vec R / R$, $\vec R$ – радиус-вектор центра масс КТС относительно ньютоновского притягивающего центра (центра силы), $R = \left|\vec R\right|$.

Тогда проекции гравитационного момента на оси ПСК имеют вид

$$\begin{aligned} M^g_{П1} &= 3\omega_0^2 (C - A)\cos^2\varphi\cos\theta\sin\theta, \\ M^g_{П2} &= 3\omega_0^2 (C - A)\cos\varphi\sin\varphi\cos\theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Аэродинамический момент. Рассматривается наиболее распространенная схема зеркально-диффузного отражения молекул [9, 10]. Будем считать, что доля σ падающих на поверхность молекул отражается зеркально, а $(1-\sigma)$ – диффузно с максвелловским распределением, соответствующим некоторой температуре T_r (см., например, [9]) (σ, вообще говоря, зависит от свойств газа, материала площадки, угла атаки и температуры).

Рассматриваемая система представляет собой осесимметричное тело, в котором центр масс системы и центры давления ее составных частей лежат на одной оси. В таком случае вектор аэродинамической силы, действующей на КТС, можно разложить по двум направлениям: вдоль оси симметрии КТС и по направлению скорости движения КТС относительно потока. Находя аэродинамический момент как векторное произведение силы на плечо приложения силы и учитывая, что плечо также лежит на оси симметрии КТС, легко видеть, что вектор аэродинамического момента будет перпендикулярен плоскости, образованной осью симметрии КТС и вектором скорости, т. е. направлен по вектору $\vec k \times \vec e_V$ ($\vec e_V$ – орт, направленный по вектору скорости КТС относительно потока $\vec V$) [11]. Используя известные приближенные выражения аэродинамических коэффициентов для сферы и цилиндра [9, 12] в зависимости от угла атаки α (α – угол между $\vec e_V$ и $\vec k$, $\cos\alpha = \vec e_V \cdot \vec k$), вектор аэродинамического момента $\vec M^a$, действующего на рассматриваемые КТС, можно записать в виде [11]

$$\vec{M}^{a} = -\left(a_0 \sin\alpha + a_1 \sin^2\alpha\right)\frac{\rho V^2}{2}\vec{b}_m \,, \qquad (4)$$

$$a_0 = \left(2 + \frac{4\nu}{3}(1-\sigma)\right)(r_1 A_1 - r_2 A_2) - \nu(1-\sigma)\frac{\pi}{2} r_T A_T \,, \qquad a_1 = -2\left(1 + \frac{\sigma}{3}\right) r_T A_T \,,$$

где a_0, a_1 – постоянные коэффициенты, определяемые через известные приближенные аналитические выражения аэродинамических коэффициентов для сферы и цилиндра; ρ – плотность атмосферы; $V = |\vec{V}|$; $\vec{b}_m = \dfrac{\vec{k} \times \vec{e}_V}{\sqrt{1 - \left(\vec{e} \cdot \vec{k}_3\right)^2}}$; $\nu = \dfrac{\sqrt{\pi}}{S}\sqrt{\dfrac{T_r}{T_\infty}}$ – безразмерная величина; S – отношение скорости набегающего потока к наиболее вероятной тепловой скорости молекул в потоке; T_r, T_∞ – температура газа соответственно в диффузно отраженном и в набегающем потоке; r_1, r_T и r_2 – расстояния до центра масс КТС от центров давления первого концевого тела, троса и второго концевого тела соответственно; $A_1 = \pi(d_1/2)^2$, $A_T = d_T l$, $A_2 = \pi(d_2/2)^2$ – характерная площадь первого концевого тела, троса и второго концевого тела соответственно.

Выражения для определения r_1, r_T и r_2 имеют вид

$$r_1 = z_{цм} \,, \qquad r_T = \frac{d_1}{2} + \frac{l}{2} + \frac{\pi d_T \cos\alpha}{8\sin\alpha + \pi\nu} - z_{цм} \,, \qquad r_2 = \frac{d_1}{2} + l + \frac{d_2}{2} - z_{цм} \,,$$

где $z_{цм}$ – расстояние от центра масс первого концевого тела до центра масс всей КТС (находится из уравнения для центра масс твердого тела)

$$z_{цм} = \frac{m_T\left(\dfrac{d_1}{2} + \dfrac{l}{2}\right) + m_2\left(\dfrac{d_1}{2} + l + \dfrac{d_2}{2}\right)}{m_1 + m_T + m_2} \,,$$

где m_1, m_T, m_2 – масса первого концевого тела, троса и второго концевого тела соответственно.

Плотность атмосферы будем определять согласно ГОСТу Р 25645.166–2004 [13]. При расчетах учитываются зависимость плотности от высоты, суточные и полугодовые вариации плотности атмосферы. Для аналитических исследований будем использовать представление плотности в виде [14, 15]

$$\rho = b_0 + \sum_{n=1}^{3} b_n \cos(n\nu + f_n),$$

где b_0, b_n и f_n – постоянные для фиксированной орбиты и заданного уровня солнечной активности коэффициенты, которые находятся путем разложения в ряд Фурье изменений плотности атмосферы, рассчитанных по ГОСТу [13], при численном моделировании орбитального движения. Относительная погрешность такого представления плотности не превышают 2,5 %.

Модуль вектора скорости набегающего потока $\vec{V}$ на кеплеровой круговой орбите находится стандартным образом через его проекции на оси ОСК [16]

$$V_x = \omega_0 R - \omega_3 R\cos i, \quad V_y = \omega_3 R \sin i \cos u,$$

где ω_3 – угловая скорость вращения Земли; i – наклонение орбиты; u – аргумент широты.

Поскольку для рассматриваемых низких околоземных орбит угловая скорость орбитального движения значительно превосходит угловую скорость вращения Земли ($\omega_3/\omega_0 < 0{,}07$), то можно пренебречь квадратом отношения ω_3/ω_0 по сравнению с единицей. Тогда модуль и направление скорости можно определить следующим образом

$$V = \omega_0 R\sqrt{1-2(\omega_3/\omega_0)\cos i}\ , \qquad \vec{e}_V = \vec{e}_1\tilde{V} + \vec{e}_2\varepsilon_V \cos u\ ,$$

где $\tilde{V} = (\omega_0 R - \omega_3 R\cos i)/V$ – постоянная для рассматриваемой орбиты величина, близкая к единице; $\varepsilon_V = (\omega_3/\omega_0)\sin i$ – малая величина; $\vec{e}_1$ – орт оси Ox ОСК.

Находя векторное и скалярное произведения векторов $\vec{e}_V$ и $\vec{k}$, получим выражения для проекций $\vec{b}_m$ на оси ПСК и для определения угла α

$$b_{m1} = -\frac{\tilde{V}\sin\varphi\sin\theta + \varepsilon_V\cos\theta\cos u}{\sin\alpha}, \qquad b_{m2} = \frac{\tilde{V}\cos\varphi}{\sin\alpha}, \tag{5}$$

$$\cos\alpha = \vec{e}_V\cdot\vec{k} = \tilde{V}\sin\varphi\cos\theta - \varepsilon_V\sin\theta\cos u\,.$$

Подставляя (5) в (4) и сокращая на $\sin\alpha$, найдем проекции аэродинамического момента на оси ПСК

$$\begin{aligned} M^a_{П1} &= a_1(\sigma_a + \sin\alpha)(\tilde{V}\sin\varphi\sin\theta + \varepsilon_V\cos\theta\cos u)\frac{\rho V^2}{2}, \\ M^a_{П2} &= -a_1\tilde{V}\cos\varphi(\sigma_a + \sin\alpha)\frac{\rho V^2}{2}, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\sigma_a = a_0/a_1$.

Уравнения движения. Подставляя (3), (6) в (2), получим уравнения движения КТС относительно центра масс на кеплеровой круговой орбите

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + (\dot{\varphi}+\omega_0)^2\sin\theta\cos\theta = -3\omega_0^2 I\cos^2\varphi\cos\theta\sin\theta + \dfrac{a_1}{A}\dfrac{\rho V^2}{2}\times \\ \quad\times(\tilde{V}\sin\varphi\sin\theta + \varepsilon_V\cos\theta\cos u)\left(\sigma_a + \sqrt{1-(\tilde{V}\sin\varphi\cos\theta - \varepsilon_V\sin\theta\cos u)^2}\right), \\ \ddot{\varphi}\cos\theta - 2(\dot{\varphi}+\omega_0)\dot{\theta}\sin\theta = -3\omega_0^2 I\cos\varphi\sin\varphi\cos\theta - \dfrac{a_1}{A}\dfrac{\rho V^2}{2}\times \\ \quad\times\tilde{V}\cos\varphi\left(\sigma_a + \sqrt{1-(\tilde{V}\sin\varphi\cos\theta - \varepsilon_V\sin\theta\cos u)^2}\right). \end{cases} \tag{7}$$

Добавляя к (7) уравнение, описывающее изменение угла ψ ($\dot{\psi} = (\dot{\varphi} + \omega_0)\sin\theta$), получим систему, определяющую ориентацию КТС.

Параметры рассматриваемых КТС. Для исследования динамики малой экспериментальной ЭДКТС рассмотрим модельные КТС длиной $l = 1$ км с небольшими концевыми телами, одинаковыми по размерам и близкими по массе, что соответствует модели двух CubeSat, соединенных тросом. Примем, что диаметры концевых тел могут принимать значения от $d_1 = d_2 = 0{,}1$ м (соответствует сфере, вписанной в CubeSat) до $d_1 = d_2 = 0{,}1\sqrt{3} \approx 0{,}17$ м (соответствует сфере, описанной вокруг CubeSat); $m_1 = 1{,}4$ кг, $m_T = 0{,}8$ кг, $m_2 = 0{,}8$ кг. Предположим, что диаметр троса D составляет 1 – 2 мм.

Моменты инерции модельных КТС находим как моменты инерции гантели – тела, состоящего из двух сфер, соединенных стержнем

$$A = B = m_1\left(\frac{d_1^2}{10} + z_1^2\right) + m_T\left(\frac{d_T^2}{16} + \frac{l^2}{12} + z_T^2\right) + m_2\left(\frac{d_2^2}{10} + z_2^2\right),$$

$$C = m_1\frac{d_1^2}{10} + m_T\frac{d_T^2}{8} + m_2\frac{d_2^2}{10},$$

где z_1, z_T, z_2 – расстояния до центра масс КТС от центров масс первого концевого тела, троса и второго концевого тела соответственно. Рассматривая в виде концевых тел сферы, для которых центр масс и центр давления совпадают, получим, что $z_1 = r_1$, $z_2 = r_2$. Для цилиндра (троса) $z_T = r_T - \delta_T$, где $\delta_T = \dfrac{\pi d_T \cos\alpha}{8\sin\alpha + \pi\nu}$ – величина смещения центра давления цилиндра относительно его геометрического центра (в данном случае геометрический центр и центр масс совпадают).

Расчеты показали, что для рассматриваемых модельных КТС соотношение моментов инерции можно считать равным единице ($I \approx 1$) с точностью не меньшей, чем $1{,}1\cdot10^{-8}$; $z_1 \approx 442$ м, $z_T \approx 58$ м, $z_2 \approx 558$ м, $A \approx 5{,}9\cdot10^5$ кг·м^2.

Из (4) видно, что аэродинамическое воздействие на КТС зависит от характеристик потока (параметр ν), способов взаимодействия потока с поверхностью (параметр σ) и геометрических размеров КТС. Далее определим диапазон изменения параметров, определяющих значения коэффициентов a_0, a_1.

Параметр $\nu = \dfrac{\sqrt{\pi}}{S}\sqrt{\dfrac{T_r}{T_\infty}}$ зависит только от температуры диффузно отраженного потока, т. е. от температуры КТС (поскольку $S = V/C_t$, где $C_t = \sqrt{2R_g T_\infty}$ – наиболее вероятная тепловая скорость молекул в потоке, R_g – газовая постоянная). Расчеты показывают, что для высот до 800 км и температуры диффузно отраженного потока T_r =1000 К значения параметра ν не превышают 0,18, а для T_r =300 К на высоте 550 км $\nu \approx$ 0,097.

Относительно геометрических параметров рассматриваемых КТС можно сказать следующее:

- характерная площадь троса на порядки больше характерной площади концевых тел (1 м$^2 < A_T < 2$ м^2, а 0,0079 м$^2 < A_1 < 0{,}0227$ м^2);

- поскольку $d_T << l$, то δ_T можно пренебречь и принять, что $r_2 = z_2$;

- величина $r_1A_1 - r_2A_2$ не зависит от диаметра троса и изменяется в диапазоне [-2,6332 м^3; -0,9164 м^3], а величина r_TA_T зависит только от параметров троса и изменяется в диапазоне [58 м^3; 116 м^3].

Для коэффициентов a_0 и a_1 получено, что коэффициент a_0 может меняться почти на порядок в зависимости от принятой схемы взаимодействия (от диффузной к зеркальной); коэффициент a_1 принимает существенно большие значения, чем a_0, и не в такой значительной степени зависит от принятой схемы взаимодействия (см. табл. 1).

Таблица 1

	a_0, м^3		a_1, м^3	
	$d_1 = 0{,}1$ м	$d_1 = 0{,}17$ м	$d_T = 1$ мм	$d_T = 2$ мм
$\sigma = 0$	-10,79 м^3 (при $\nu \approx 0{,}097$, $d_T = 1$ мм)	-38,69 м^3 (при $\nu \approx 0{,}18$, $d_T = 2$ мм)	-116	-232
$\sigma = 1$	-1,83 м^3	-5,27 м^3	-154,7	-309,3

Отношение $\sigma_a = \dfrac{a_0}{a_1}$ может принимать значения $0{,}006 < \sigma_a < 0{,}167$, т. е. можно принять, что для рассматриваемых КТС значение коэффициента σ_a не превышает 0,2.

Выводы. Построена модель движения малой радиальной космической тросовой системы относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Модель позволяет проводить аналитические исследования резонансных движений КТС под действием переменного аэродинамического момента. Для выделенного класса рассматриваемых малых КТС определены диапазоны изменения параметров модели.

Работа выполнена при поддержке Целевой комплексной программы НАН Украины по научным космическим исследованиям на 2012–2016 гг., договор № II-16-13-2.

1. *Ahedo E.* Analysis of Bare-Tether Systems for Deorbiting Low-Earth-Orbit Satellites / *E. Ahedo, J. R. Sanmartin* // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2002. – V. 39, N 2. – P. 198 – 205.
2. *Hoyt R. P.* The Terminator Tape™: A Cost-Effective De-Orbit Module for End-of-Life Disposal of LEO Satellites / *R. P. Hoyt, I. M. Barnes, N. R. Voronka, J. T. Slostad* // Space 2009 Conference, Sept 2009. – 2009. – AIAA Paper 2009-6733. – P. 1 – 9.
3. *Bombardelli C.* Deorbiting Performance of Bare Electrodynamic Tethers in Inclined Orbits / *C. Bombardelli, D. Zanutto, E. Lorenzini* // Journal of Guidance, Control and Dynamics. – 2013. – V. 36, N 5. – P. 1550 – 1556.
4. *Sanmartin J. R.* Electrodynamic Tether Applications and Constraints / *J. R. Sanmartin, E. C. Lorenzini, M. Martinez-Sanchez* // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2010. – Vol. 47, N 3. – P. 442 – 456.
5. *Levin E. M.* Dynamic analysis of space tether missions / *E. M. Levin*. – San Diego: American Astronautical Society, 2007. – 453 p.
6. *Белецкий В. В.* Динамика космических тросовых систем / *В. В. Белецкий, Е. М. Левин*. – М. : Наука, 1990. – 329 с.

7. *Маслова А. И.* Пространственное движение КА относительно центра масс с учетом переменности аэродинамического момента / *А. И. Маслова, А. В. Пироженко* // Техническая механика. – 2010. – №. 3. – С. 51 – 62.
8. *Кильчевский Н. А.* Курс теоретической механики. Т.1. / *Н. А. Кильчевский*. – М. : «Наука», 1972. – 456 с.
9. *Коган Н. М.* Динамика разреженного газа / *Н. М. Коган*. – М. : Наука, 1967. – 440 с.
10. *Белецкий В. В.* Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников / *В. В. Белецкий, А. М. Яншин*. – Киев : Наукова думка, 1984. – 188 с.
11. *Маслова А. И.* Аппроксимация момента аэродинамических сил, действующих на космический аппарат с гравитационной системой стабилизации / *А. И. Маслова, А. В. Пироженко* // Техническая механика. – 2008. – № 1. – С. 9 – 20.
12. *Ковтуненко В. М.* Аэродинамика орбитальных космических аппаратов / *В. М. Ковтуненко, В. Ф. Камеко, Э. П. Яскевич*. – Киев : Наукова думка, 1977. – 156 с.
13. ГОСТ Р 25645.166 – 2004 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. – Принят 2004-03-09. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 2004. – 24 с.
14. *Маслова А. И*. Изменения плотности атмосферы при движении космических аппаратов на низких околоземных орбитах / *А. И. Маслова, А. В. Пироженко* // Космічна наука і технологія. – 2009. – Т. 15, № 1. – С. 13 – 18.
15. *Маслова А. И.* К моделированию аэродинамического момента, действующего на спутник / *А. И. Маслова, А. В. Пироженко* // Космические исследования. – 2010. – Т. 48, № 4. – С. 371 – 379.
16.*Сарычев В. А.* Вопросы ориентации искусственных спутников / *В. А. Сарычев* // Итоги науки и техники : исследование космического пространства. – М. : ВИНИТИ, 1978. – 223 с.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 10.12.14,
в окончательном варианте 05.03.15