УДК 532.528:621 https://doi.org/10.15407/itm2024.03.067

С. І. ДОЛГОПОЛОВ

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВЕ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ КАВІТУЮЧИХ НАСОСІВ РІДИННИХ РАКЕТНИХ ДВИГУНІВ

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: dolmrut@gmail.com

Кавітаційні явища у насосах рідинних ракетних двигунів (РРД) не тільки змінюють енергетичні характеристики насосів, але також впливають на динаміку двигуна та на поздовжні коливання рідинних ракет. Визначення характеристик кавітаційних течій у насосах РРД теоретичним шляхом зараз не поширено через незадовільну узгодженість результатів теоретичних і експериментальних досліджень. Тому використовуються підходи з залученням експериментальних даних. Метою роботи є визначення коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД у всій області існування кавітаційних каверн на основі експериментальних частот кавітаційних коливань та границь областей існування кавітаційних автоколивань. При визначенні пружності кавітаційних каверн і від'ємного опору кавітаційних каверн були використані експериментальні частоти кавітаційних коливань у 26 насосах РРД різної розмірності і продуктивності. При визначенні коефіцієнта розподілу кавітаційного опору та часу передачі збурення за рахунок кавітаційних каверн були додатково використані границі експериментальних областей існування кавітаційних автоколивань 14 насосів. Для розширення області визначення пружності кавітаційних каверн скоригована її залежність від режимних параметрів поблизу кавітаційного зриву. Для більш рівномірного розшарування залежностей опору кавітаційних каверн від режимних параметрів в діапазоні великих значень коефіцієнта витрати проведено уточнення чисел початкової кавітації в насосах. Використовуючи якісний вид залежності коефіцієнта розподілу кавітаційного опору від режимних параметрів, отриманий з теоретичних передавальних матриць кавітуючих насосів, його оцінку знизу (при нульових значеннях часу передачі збурень) і оцінку зверху (по рівномірному розшаруванні детермінантів передавальних матриць насосів), була визначена його аналітична залежність. Використовуючи її, а також співвідношення коефіцієнтів математичної моделі кавітаційних коливань на границі існування кавітаційних автоколивань, були визначені та апроксимовані значення часів передачі збурень.

Ключові слова: *рідинний ракетний двигун, шнековідцентровий насос, кавітація, гідродинамічна модель, експериментальні частоти та області існування кавітаційних автоколивань.*

Cavitation phenomena in liquid-propellant rocket engine (LPRE) pumps not only affect the power performance characteristics of the pumps, but they also affect the pump dynamics and pogo vibrations. The theoretical characterization of cavitation phenomena in LPRE pumps is not a widely used practice because theoretical and experimental data are in unsatisfactory agreement. Because of this, use is made of approaches that employ experimental data. The goal of this work is to determine the coefficients of a hydrodynamic model of cavitating LPRE pumps throughout the cavity existence region based on the experimental frequencies of cavitation oscillations and cavitation self-oscillation boundaries. In determining the cavity elasticity and negative resistance, use was made of the experimental cavitation oscillation frequencies of 26 LPRE pumps differing in dimensions and capacity. In determining the cavitation resistance distribution coefficient and the cavity-due disturbance transfer time, the experimental cavitation self-oscillation boundaries of 14 more pumps were used. To extend the cavity elasticity determination region, the extrapolation dependence of the cavity elasticity in cavitation stall regimes was updated. To make the stratification of the cavity resistance dependence more uniform in the range of large discharge coefficients, incipient cavitation numbers were refined. Using he qualitative dependence of the cavitation resistance distribution coefficient obtained from theoretical transfer matrices of cavitating pumps and its lower estimate (at zero disturbance transfer time) and upper estimate (for a uniform stratification of pump transfer matrix determinants), its analytical dependence was found. Using it and the coefficients of a mathematical model of cavitation oscillations on the cavitation-self oscillation boundary, disturbance transfer times were found and approximated.

Ключові слова: *liquid-propellant rocket engine, inducer-equipped centrifugal pump, cavitation, hydrodynamic model, experimental cavitation self-oscillation frequencies and regions*.

Вступ. Кавітаційні явища у насосах рідинних ракетних двигунів (РРД) не тільки змінюють енергетичні характеристики насосів [1], але також впливають на перехідні процеси у рідинних ракетних двигунних установках (РРДУ) при запуску і зупинці двигуна [2] та відіграють важливу роль в задачі забезпечення стійкості поздовжніх коливань рідинних ракет [3].

Визначення характеристик кавітаційних течій у насосах РРД теоретичним шляхом зараз не набуло поширення через незадовільну узгодженість результатів теоретичних досліджень з експериментальними данними [4]. Тому зазвичай використовуються підходи, які передбачають залучення експериментальних даних. Існують два основні такі підходи. Один підхід заснований на визначенні та узагальненні експериментальних динамічних передавальних матриць кавітуючих насосів РРД [5, 6]. Інший – на використанні залежності експериментальних частот кавітаційних коливань від тиску на вході в насос і витрати через насос [7].

Отримання експериментальних передавальних матриць кавітуючих насосів пов’язано з великими труднощами щодо проведення випробувань та визначення миттєвих витрат рідини на вході і виході з насоса [5, 6]. Для реалізації цього підходу потрібне створення спеціальних складних стендів, які накладають обмеження щодо умов досліджень та вибору об’єктів досліджень. При реалізації другого підходу створення спеціальних стендів не потрібне, можливо навіть використання результатів льотних випробувань двигунів. При цьому вимірювання миттєвих витрат рідини необов’язкове, а вибір об’єктів досліджень практично не обмежен, оскільки вихідні дані (експериментальні частоти коливань рідини) можуть бути отримані при випробуваннях, передбачених стандартами з відпрацювання двигунів.

Вперше другий підхід був реалізований у роботі В. В. Пилипенка [7], де визначені залежності пружності та об’єму кавітаційних каверн від тиску на вході в насос і витрати через насос за результатами динамічних випробувань кількох насосів. Подальший розвиток цього підходу було спрямовано на урахування інерційності зворотних течій на вході у насос. Це дозволило узгодити між собою експериментальні пружності кавітаційних каверн, які отримані за частотами кавітаційних коливань на режимах із зворотними течіями дев’яти осьових шнекових переднасосів [8]. У роботі [9] кількість досліджених насосів зросла до 18, серед них з’явилися насоси окислювача маршових РРД I ступенів ракет-носіїв (РН). За допомогою напівемпіричних коефіцієнтів, отриманих у роботі [9], були вирішені деякі важливі задачі низькочастотної динаміки РРДУ та рідинних ракет: аналіз стійкості поздовжніх коливань та вибір параметрів демпферів поздовжніх коливань [4], прогноз амплітуд поздовжніх коливань при модернізації космічних РН [10, 11], дослідження стійкості двигунної установки [12], визначення перехідних процесів при запуску та зупинці РРДУ [13], дослідження впливу неодночасності вступу в роботу окремих РРД у складі РРДУ на характеристики її запуску [14], вплив зовнішніх та внутрішніх факторів на розкид тяги РРД при його запуску [15], моделювання запуску двигуна при вогневих випробуваннях на режимі дроселювання [16] та ін. Таким чином, характеристики кавітаційних течій у насосах РРД від режимних параметрів у складі математичної моделі динаміки кавітуючих насосів РРД є широко затребувані в задачах динаміки РРДУ і рідинних ракет, а їх вдосконалення актуальне для підвищення точності і достовірності розрахунків і прогнозів.

У роботі [17] проведено верифікацію гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД за експериментальною і теоретичною передавальними матрицями насосів. Вона показала, що модель динаміки кавітуючих насосів, яка включає чотири коефіцієнта моделі, дозволяє задовільно описати кавітаційні явища в насосах РРД в частотному діапазоні до 200 Гц. До цих коефіцієнтів входить кавітаційна пружність B_1, кавітаційний опір B_2, час передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн у насосі τ_K та коефіцієнт розподілу кавітаційного опору k_2. Два останні коефіцієнти є новими в гідродинамічній моделі кавітуючих насосів.

Метою роботи є визначення коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД у всій області існування кавітаційних каверн на основі експериментальних даних: частот кавітаційних коливань та границь областей існування кавітаційних автоколивань.

1. Гідродинамічна модель кавітуючих насосів РРД. Розрахункова схема гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД, яка запропонована в роботі [17], представлена на рис. 1. Тут через a-b позначений вхід в проточну частину насоса, через c-d – її вихід. Еквівалентна зосереджена податливість C_K протяжних кавітаційних каверн з розподіленими параметрами розташовується на деякій відстані від входу в насос в місці тиску p_1'. Відповідно до гідродинамічної моделі кавітуючих насосів із зосередженими параметрами в цьому перерізі відбувається зміна динамічної витрати на вході в насос G_1 на динамічну витрату на виході з насоса G_2. Введений у роботі [17] коефіцієнт розподілу кавітаційного опору k_2 показує, яка частина

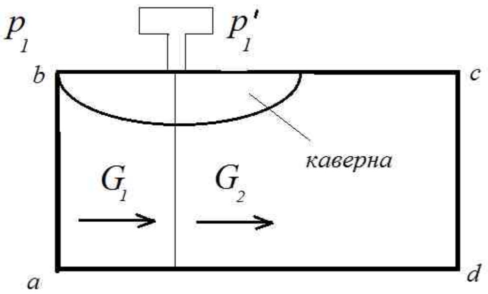


Рис. 1 – Розрахункова схема гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД

кавитационного опору B_2 відноситься до витрати G_1, решта $(1-k_2)$ – до витрати G_2. Час передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн у насосі τ_K характеризує відмінність динамічних тисків на вході в насос p_1 та в місці розташування зосередженої податливості p_1'.

Відповідно до розрахункової схеми (см. рис. 1), гідродинамічна модель кавітуючих насосів РРД включає рівняння динаміки кавітаційних каверн і рівняння ланки запізнювання відносно тиску на вході в насос

$$s\delta p_1' = -\frac{B_1}{\gamma}\left(\delta G_1 - \delta G_2\right) + s\,k_2 B_2\,\delta G_1 + s(1-k_2)B_2\delta G_2\,, \qquad (1)$$

$$\delta p_1' = \frac{\delta p_1}{1 + s\tau_K}\,, \qquad (2)$$

де δ – лінійне відхилення параметра; s – змінна перетворення Лапласа; γ – питома вага рідини.

У цій роботі коефіцієнти гідродинамічної моделі B_1, B_2, τ_K і k_2 визначатимемо експериментально-розрахунковим способом [7, 9] із залученням експериментальних частот кавітаційних коливань та експериментальних границь областей існування кавітаційних коливань. Для цього складемо математичну модель кавітаційних коливань у насосній системі, що включає кавітуючий насос, живильний і напірний трубопроводи. Динаміка рідини в трубопроводах описується рівняннями руху [18]

$$\delta p_1 + R_1\delta G_1 + s\left(J_1 + J_{OT}\right)\delta G_1 = 0\,, \qquad (3)$$

$$\delta p_2 = R_2\delta G_2 + sJ_2\delta G_2 = 0\,, \tag{4}$$

де R_1, R_2 – коефіцієнти лінеаризованого гідравлічного опору живильного і напірного трубопроводів; J_1, J_2 – коефіцієнти інерційного опору живильного і напірного трубопроводів; J_{OT} – коефіцієнт інерційного опору зворотних течій на вході у насос [19]; p_2 – тиск на виході з насосу.

Для врахування кавітаційних явищ у насосах рівняння динаміки кавітаційних каверн (1) та (2) слід доповнити рівнянням для визначення тиску на виході з насоса

$$\delta p_2 = (1+m)\delta p_1 + s_2\delta G_2 - sJ_H\delta G_2 + r\delta G_1\,, \tag{5}$$

де m – тангенс кута нахилу дотичної до кавітаційної характеристики насоса; s_2 – тангенс кута нахилу дотичної до напірної характеристики насоса; J_H – коефіцієнт інерційного опору рідини у проточній частині насоса; r – параметр, що враховує розшарування кавітаційних характеристик за витратою.

Математична модель кавітаційних коливань у насосній системі у цій роботі складається з п'яти рівнянь (1) – (5) і може бути зведена до характеристичного рівняння третього порядку

$$\alpha s^3 + \beta s^2 + \chi s + \zeta = 0\,, \tag{6}$$

де $\alpha = (J_1 + J_{OT})(J_H + J_2) + B_2\,\tau_K\left[k_2(J_H + J_2) - (1+m)(1-k_2)(J_1 + J_{OT})\right]$;

$$\begin{aligned}\beta = {} & (J_1 + J_{OT})(R_2 - s_2) + R_1(J_H + J_2) - \frac{\gamma\tau_K}{B_1}\left(J_H + J_2 + (1+m)(J_1 + J_{OT})\right) + \\ & + B_2k_2\left(J_H + J_2 + \tau_K(R_2 - s_2)\right) - B_2(1-k_2)\left[(1+m)\left[(J_1 + J_{OT}) + R_1\tau_K\right] + r\tau_K\right]\end{aligned};$$

$$\begin{aligned}\chi = {} & R_1(R_2 - s_2) - \frac{\gamma}{B_1}\left(J_H + J_2 + (1+m)(J_1 + J_{OT}) + \tau_K\left(R_2 - s_2 + (1+m)R_1 - r\right)\right) + \\ & + B_2\left(k_2(R_2 - s_2) - (1-k_2)\left[(1+m)R_1 - r\right]\right)\end{aligned};$$

$$\zeta = -\frac{\gamma}{B_1}\left(R_2 - s_2 - r + (1+m)R_1\right).$$

Нормоване характеристичне рівняння (6) набуде вигляду

$$s^3 + \eta\cdot s^2 + \lambda\cdot s + \mu = 0\,, \tag{7}$$

де $\eta = \beta/\alpha$; $\lambda = \chi/\alpha$; $\mu = \zeta/\alpha$.

Нехай x_1, x_2 і x_3 – корені характеристичного рівняння (7). Тоді, згідно з теоремою Вієта [20], має місце система рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\eta\,, \\ x_1\cdot x_2 + x_1\cdot x_3 + x_2\cdot x_3 = \lambda\,, \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3 = -\mu\,. \end{cases} \tag{8}$$

Припустимо, що гідравлічна система з кавітуючим насосом містить коливальний контур, тоді характеристичне рівняння (7) буде мати два комплексно спряжених і один дійсний корінь

$$x_1 = \varphi + j \cdot \omega, \quad x_2 = \varphi - j \cdot \omega, \quad x_3 = \psi . \tag{9}$$

Підставляючи (9) у (8) та виключаючи ψ, отримаємо

$$\varphi^2 + \omega^2 = \frac{\mu}{\eta + 2 \cdot \varphi}, \qquad \mu - 2 \cdot \varphi \cdot (\eta + 2 \cdot \varphi)^2 - \lambda \cdot (\eta + 2 \cdot \varphi) = 0 .$$

На границі області існування кавітаційних автоколивань $\varphi = 0$, тоді $\omega^2 = \mu/\eta$ і $\mu - \lambda \cdot \eta = 0$, або

$$\omega^2 = \zeta/\beta \text{ і} \tag{10}$$

$$\zeta\,\alpha - \gamma\,\beta = 0 . \tag{11}$$

Формула (10) є виразом для власної частоти коливань на границі області існування кавітаційних автоколивань. Формула (11) являє собою вираз, що включає коефіцієнти моделі від режимних параметрів на границі області існування кавітаційних автоколивань. Обидві формули (10) і (11) потрібні для визначення коефіцієнтів гідродинамічної моделі B_1, B_2, τ_K і k_2.

2. Об'єкти експериментальних досліджень. Результати експериментальних досліджень насосів, що розглядаються у цій роботі, отримані різними авторами при вогневих і автономних випробуваннях на різних стендах протягом декількох десятиліть. Більш детально ці результати, а також описання насосів, представлені у роботі [21]. Деякі геометричні та режимні параметри досліджуваних насосів подано у табл. 1. Порівняно з роботою [9] число розглянутих у цій роботі і у роботі [21] насосів збільшено до 26. До цих насосів входять як малорозмірні високооборотні насоси рульових двигунів, так і натурні (для проблеми POGO-коливань рідинних ракет) насоси окислювача маршових двигунів I ступенів РН, а також бустерні низькооборотні насоси окислювача та пального, насоси з постійною і змінною геометрією шнекового переднасоса на вході. Насоси спроєктовані для різних компонентів палива (зокрема й кріогенних), умов експлуатації та конструктивно суттєво різняться. Серед них є насоси з осьовим, боковим, кільцевим та двостороннім підведенням рідини. Діапазони основних геометричних та режимних параметрів розглянутих насосів представлені в табл. 2.

Для визначення коефіцієнтів k_2 і τ_K були використані експериментальні границі областей існування кавітаційних автоколивань наступних 14 насосів: 1.1, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 3, 4.1, 4.2, 6, 7 та 8.

3. Визначення пружності, об'єму та від'ємного опору кавітаційних каверн. У роботі [21] з урахуванням експериментальних даних 26 насосів, представлених у табл. 1, були послідовно визначені відносні залежності від режимних параметрів (числа кавітації k^* та коефіцієнта витрати q) пружності $\tilde{B}_1(k^*, q)$, об'єму $\tilde{V}_C(k^*, q)$ та від'ємного опору $\tilde{B}_2(k^*, q)$ кавітаційних каверн кавітуючих насосів РРД. Отримані залежності дозволили суттєво розширити діапазони застосування гідродинамічної моделі з напівемпіричними коефіцієнтами порівняно з даними роботи [9]. Однак, як показало їх практичне застосування, в області значень q =0,6–1,0 вони вимагають уточнення та коректнішої екстраполяції експериментальних даних.

Спосіб визначення пружності та об’єму кавітаційних каверн, заснований на використанні експериментальної залежності частот кавітаційних коливань від режимних параметрів, було запропоновано В. В. Пилипенком у роботі [7]. Цей спосіб передбачає відомим математичний зв’язок між параметрами гідравлічної системи з кавітуючим насосом і власною частотою коливань цієї системи. Згідно з гідродинамічною моделлю кавітуючих насосів (1) – (5) цей зв’язок виражається формулою (10), але в найпростішому випадку (чисто активне навантаження) має вигляд [9]

$$B_1 \approx -\gamma \left(J_1 + J_{OT}\right)\left(2\,\pi\, f_O\right)^2, \tag{12}$$

де f_O – власна частота коливань рідини в гідравлічній системі з кавітуючим насосом.

Таблиця 1 – Деякі геометричні параметри шнеків насосів РРД

№	Насос (позначення)	D_E, см	d_S, см	S, см	Z	$_{1B}$, градус	Двигун	Насос	Компонент палива	Джерело
1	1.1	12	6,3	5,4	2	8°9′	РД-863	НП	НДМГ	[18, 7, 8]
2	1.2	12	6,3	4,95	2	7°29′				[18]
3	1.3	12	6,3	4,55	2	6°53′				[18
4	1.4	11	6,3	5,4	2	8°53′				[18]
5	2.1	5,6	2,6	2,52	2	8°9′	РД-862	НП	НДМГ	[18, 7, 8]
6	2.2	5,6	2,6	2,88	2	9°18′				[18]
7	2.3	5,6	2,6	3,15	2	10°9′				[18]
8	2.4	5,6	2,6	4,4	2	14°2′				[18]
9	2.5	5,6	2,6	5,76	2	18°8′				[18]
10	2.6	6,1	2,6	2,52	2	7°29′				[18]
11	2.7	6,1	2,6	2,16	2	6°26′				[18]
12	3	14,11	7	8,9	3	11°21′	РД-218	НО	АТ	[22]
13	4.1	15,62	7,6	9,53	3	11°	РД-264	НО	АТ	[23
14	4.2	15,62	7,6	12	3	13°40′	РД-264	НО	АТ	[23]
15	5.1	5,2	2	2,8	2	9°44′	РД-852	НО	НДМГ	[1, 24]
16	5.2	5	1,4	2,4	2	8°41′				[1, 24]
17	6	5,04	1,93	2,35	2	8°26′	РД-861	НО	АТ	
18	7	15,62	7,6	8,65	3	10°	РД-120	НО	РК	[25]
19	8	5,8	3,1	2,4	2	7°30′	РД-8	НП	гас	[26]
20	9	12	4,5	5,4	2	8°9′	РД-863	НО	АТ	[27]
21	10	4,7*	1,3*	2,76*	2	10°35′				[28, 29]
22	11	10,6*	3,16*	4,9*	2	8°22′	РД-8	БНО	РК	[30]
23	12	7,46	3,6	3,51	2	8°31′	РД-119	НП	НДМГ	[31]
24	13	29,3	13	16	3	9°52′	НК-15	БНО	РК	[32]
25	14	21,5	10,5	14	3	11°43′	НК-15	БНП	гас	[32]
26	15	12,11	5,4	7,85	3	11°40′	РД-218	НП	НДМГ	

У таблиці використано такі позначення та скорочення: D_E – зовнішній діаметр шнека; d_S – діаметр втулки шнека; S – крок шнека; Z – число лопаток шнека; $_{1B}$ – кут установки лопатки на зовнішньому діаметрі; НП – насос пального; НО – насос окислювача; БНП – бустерний насос пального; БНО – бустерний насос окислювача; НДМГ – несиметричний диметилгідразин ; АТ – азотний тетроксид; РК – рідкий кисень; * – еквівалентні значення на вході для насосів зі змінною геометрією.

Таблиця 2 – Діапазони деяких геометричних та режимних параметрів шнеків

	D_E, см	d_S, см	s, см	.	n_S	G_O, кг/с
У роботі [9]	5,0-15,62	2,0-7,6	2,16-12,0	2,03-15,97	28,0-159,8	4,3-336,4
У роботі [21]	4,7-29,3	1,3-13,0	2,16-16,0	1,48-15,97	27,4-213,6	4,3-585,6

У таблиці використано такі позначення: · – коефіцієнт напору; n_S – коефіцієнт швидкохідності насоса; G_O – витрата рідини при нульовому куті атаки.

Для узагальнення експериментальних значень пружності кавітаційних каверн, отриманих для різних насосів, В. В. Пилипенко запропонував відносну пружність кавітаційних каверн $\tilde{B}_1$:

$$\tilde{B}_1 = B_1 \cdot \frac{V_{SM}}{\rho \cdot W_{1M}^2 / 2}, \quad V_{SM} \approx 2{,}3 \cdot s \cdot \frac{D_E^2 - d_S^2}{4},$$

де V_{SM} – об’єм проточної частини шнека, де розташовуються каверни перед кавітаційним зривом; $\rho \cdot W_{1M}^2 / 2$ – швидкісний напір рідини на середньому діаметрі шнека.

В якості аргументів відносної пружності кавітаційних каверн, які дозволяють узгодити експериментальні дані для різних насосів, використовується число кавітації k^* та коефіцієнт витрати q :

$$k^* = \frac{p_1 - p_{BD\ III}}{\rho \cdot W_{1M}^2 / 2}, \qquad q = \frac{G_1}{G_O},$$

де $p_{BD\ III}$ – тиск зриву насоса за III критичним режимом за емпіричною формулою [33].

Для апроксимації експериментальних даних відносної пружності кавітаційних каверн $\tilde{B}_1(k^*, q)$ від числа кавітації k^* та коефіцієнта витрати q було використано таку ж формулу, що в роботі [21]:

$$\tilde{B}_1(k^*, q) = \frac{a(q) \cdot k^{*2} + b(q) \cdot k^* + c(q)}{1 - \left(k^* / k_O^* \right)^2}, \tag{13}$$

де $a(q)$, $b(q)$, $c(q)$ – деякі функції коефіцієнта витрати q; k_O^* – число початкової кавітації у насосі.

Функція $c(q)$ визначається за експериментальними даними $\tilde{B}_1$ розглянутих насосів шляхом їх екстраполяції в область нульових чисел кавітації. Ця функція була змінена для рівномірного розшарування значень детермінанта передавальної матриці насоса від коефіцієнта витрати поблизу кавітаційного зриву (див. розділ 4):

$$c(q) = -0{,}008 - 0{,}09 \cdot q^{1{,}8} . \tag{14}$$

Залежність числа початкової кавітації k_O^* для шнеків з високими антикавітаційними властивостями від коефіцієнта витрати q теж була уточнена за рахунок більш коректнішої екстраполяції експериментальних даних в області значень q =0,6–1,0. Це дозволило досягти рівномірного розшарування залежностей кавітаційного опору в цій області значень коефіцієнта витрати q . Була також спрощена сама емпірична формула:

$$k_O^* = (3{,}42 - 2{,}68\, q)\, k_M , \tag{15}$$

де k_M – коефіцієнт переходу від числа кавітації, розрахованого на зовнішньому діаметрі, до числа кавітації, розрахованого на середньому діаметрі, прийнятий постійним k_M =1,8.

За формулою (13) з використанням співвідношень (14) і (15) методом найменших квадратів була проведена апроксимація отриманих експериментальних значень $\widetilde{B}_1$ для насосів, що розглядаються в даній роботі, і визначені невідомі функції $a(q)$ і $b(q)$:

$$a(q) = -5{,}30 - 1{,}14\, q , \quad b(q) = -0{,}46 - 4{,}03 \cdot q - 9{,}91 q^2 . \tag{16}$$

Згідно з експериментально-розрахунковим способом визначення пружності та об’єму кавітаційних каверн [7] відносний об’єм кавітаційних каверн $\widetilde{V}_C(k^*, q)$ може бути знайдений в результаті інтегрування виразу

$$\widetilde{V}_C(k^*, q) = \int_{k^*}^{k_O^*} \frac{dk^*}{\widetilde{B}_1(k^*, q)} . \tag{17}$$

Підставляючи формулу (13) до (17), отримаємо

$$\widetilde{V}_C(k^*, q) = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \cdot \ln \frac{2ak^* + b - \sqrt{-\Delta}}{2ak^* + b + \sqrt{-\Delta}} \frac{2ak_O^* + b + \sqrt{-\Delta}}{2ak_O^* + b - \sqrt{-\Delta}} \left(1 - \left(\frac{b}{2a \cdot k_O^*} \right)^2 \right) -$$

$$- \frac{1}{k_O^{*2}} \cdot \left(\frac{k^* - k_O^*}{a} - \frac{b}{2a^2} \ln \frac{a \cdot k^{*2} + b \cdot k^*}{a \cdot k_O^{*2} + b \cdot k_O^*} \right), \qquad \Delta = 4a\,c - b^2 . \tag{18}$$

Використовуючи (18), можна визначити від’ємний кавітаційний опір $\widetilde{B}_2(k^*, q)$:

$$\widetilde{B}_2(k^*, q) = -\frac{\partial \widetilde{V}_C}{\partial q} \Big/ \frac{\partial \widetilde{V}_C}{\partial k^*} = -\widetilde{B}_1(k^*, q) \cdot \frac{\partial \widetilde{V}_C}{\partial q} .$$

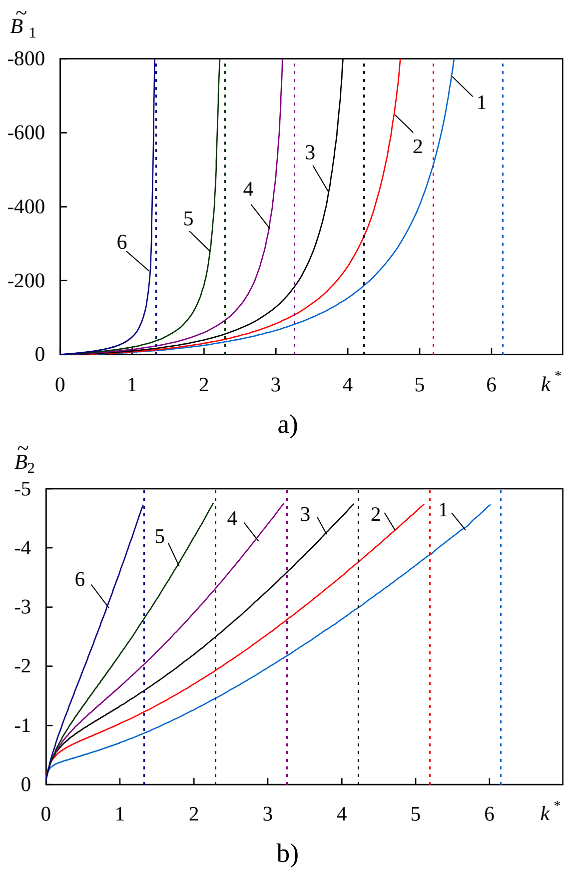
Аналітичний вираз $\widetilde{B}_2(k^*, q)$ тут не наводиться через його громіздкість. У практичних розрахунках може бути використане наближене обчислення за цією ж формулою.

Для переходу від безрозмірних залежностей $\tilde{V}_C\left(k^*, q\right)$ і $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ до розмірних $V_C\left(k^*, q\right)$ і $B_2\left(k^*, q\right)$ слід скористатися формулами [9]

$$V_C\left(k^*, q\right) = \tilde{V}_C\left(k^*, q\right) \cdot V_{SM}\,, \qquad B_2\left(k^*, q\right) = \tilde{B}_2\left(k^*, q\right) \cdot \frac{\rho \cdot W_{1M}^2 / 2}{G_O}\,.$$

Отримані залежності $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$ і $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ є найважливішими коефіцієнтами гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД. Їх значення у всій області існування кавітаційних каверн представлені на рис. 2.

Значення пружності кавітаційних каверн $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$ при зростанні чисел кавітації k^* і коефіцієнта витрати q поступово зростають (по модулю). При числах початкової кавітації (пунктирні лінії на рис. 2) $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$ прагнуть до нескінечності (податливість кавітаційних каверн, відповідно, – до нуля). Визначені залежності опору $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ кавітаційних каверн якісно узгоджуються з його теоретичними залежностями [18]. Його значення зростають по модулю при збільшенні k^* і при числах початкової кавітації обмежені кінцевими значеннями.



1 – $q = 0{,}0$; 2 – $q = 0{,}2$; 3 – $q = 0{,}4$; 4 – $q = 0{,}6$; 5 – $q = 0{,}8$; 6 – $q = 1{,}0$

Рис. 2 – Залежності відносних коефіцієнтів гідродинамічної моделі $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$ (a) і $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ (b) від числа кавітації k^* і коефіцієнта витрати q

Може здатися суперечливим, що з послабленням кавітації (зростанні числа кавітації k^*) збільшуються абсолютні значення кавітаційного опору $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ і, таким чином, посилюється вплив кавітації. Однак це не так. Кавітаційний опір $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ відбиває механізм додавального зворотного зв'язку в гідродинамічній моделі кавітуючих насосів. Якщо рівняння динаміки кавітаційних каверн (1) записати у вигляді

$$-s\frac{\gamma}{B_1}\delta p_1' = \delta G_1 - \delta G_2 - s\frac{\gamma}{B_1}k_2 B_2\,\delta G_1 - s\frac{\gamma}{B_1}\left(1-k_2\right)B_2\delta G_2\,,$$

ми побачимо, що при зникаючій кавітації ($k^* \to k_O^*$) $\delta G_1 = \delta G_2$, а коефіцієнти при похідних, що включають $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$, прагнуть до нуля оскільки $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right) \to \infty$. Таким чином, зростання по модулю $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ при збільшенні k^* є особливістю гідродинамічної моделі і не веде до суперечностей при описі кавітації в насосах РРД.

4. Визначення коефіцієнтів k_2 і τ_K. Напівемпіричний спосіб визначення коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів розглядався в роботах [7–9]. У роботі [9] постійна часу кавітаційних каверн T_K визначалася із співвідношення параметрів на границі області існування кавітаційних автоколивань, яке виражене щодо T_K та аналогічне рівнянню (11). При значеннях вхідного тиску p_1 та витрати G_1, що розташовуються на границі області існування кавітаційних автоколивань, визначалися всі параметри математичної моделі (1) – (5). Підставляючи їх значення до згаданого вище співвідношення параметрів (11), можна визначити потрібну залежність $T_K\left(p_1, G_1\right)$.

Особливість напівемпіричного визначення коефіцієнтів k_2 і τ_K в нашій роботі полягає в тому, що співвідношення параметрів на границі області існування кавітаційних автоколивань (11) є, і воно, як і раніше, одне, а параметрів – два. У цій ситуації для визначення k_2 і τ_K використовувався наступний алгоритм. Задавалася з певних міркувань функція $k_2\left(k^*, q\right)$ і за співвідношенням параметрів (11) визначалися значення τ_K. Ці значення повинні бути фізичними (час більше нуля) і складати залежність τ_K від k^* і q, які відбивають розвиток кавітації в насосах. Для задоволення цих вимог залежність $k_2\left(k^*, q\right)$ може бути скоригована та уточнена залежність $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$. Тут $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ – відносний час передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн у насосі, введений у роботі [17] $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right) = \tau_K\, n$, де n – частота обертання валу насоса.

У роботі [34] за теоретичними передатними матрицями кавітуючих насосів визначені залежності $\tilde{\tau}_K^*$ та k_2 від режимних параметрів. Аналіз залежності коефіцієнта k_2 від режимних параметрів показує, що зі збільшенням числа кавітації він помітно зменшується. Це говорить про те, що місце розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн зміщене від середнього положення об’єму кавітаційних каверн в бік до виходу із насоса. Залежності коефіцієнта $\tilde{\tau}_K^*$ за зміни k^* мають стрімке зростання до максимальних значень і подальше падіння. Результати цієї роботи дають уяву про якісну зміну коефіцієнтів $k_2\left(k^*, q\right)$ та $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ і будуть використані при їх визначенні експериментально-розрахунковим способом.

Щоб звузити область визначення $k_2\left(k^*, q\right)$, знайдемо спочатку його нижню оцінку з використанням границь експериментальних областей існування кавіційних автоколивань та математичної моделі кавітаційних коливань (1) –

(5). Для цього покладемо $\tau_K = 0$ і із співвідношення коефіцієнтів моделі (11) запишемо вирази для визначення k_2

$$k_2 = \frac{-B_k \pm \sqrt{B_k^2 - 4A_k C_k}}{2A_k}, \qquad (19)$$

де $A_k = -B_2^2 R_\Sigma J_\Sigma$,

$$B_k = -B_2\{J_\Sigma[R_1(R_2 - s_2) - B_1/\gamma\, J_\Sigma - B_2((1+m)R_1 - r)] + \\ + R_\Sigma[R_1(J_2 + J_H) + (J_1 + J_{OT})(R_2 - s_2 - (1+m)B_2)]\}$$

$$C_k = -B_1/\gamma\, R_\Sigma(J_1 + J_{OT})(J_2 + J_H) - [R_1(J_2 + J_H) + \\ + (J_1 + J_{OT})(R_2 - s_2 - (1+m)B_2)][R_1(R_2 - s_2) - \\ - B_1/\gamma\, J_\Sigma - B_2((1+m)R_1 - r)]$$

$$R_\Sigma = (1+m)R_1 + R_2 - s_2 - r,$$
$$J_\Sigma = (1+m)(J_1 + J_{OT}) + J_2 + J_H.$$

Ці оцінки для чотирьох значень коефіцієнта режиму q =0,2; 0,3; 0,4 та 0,5 представлені на рис. 3. Отримані напівемпіричні значення k_2 не утворюють помітних залежностей від числа кавітації k^*. Але на даному етапі досліджень це не має значення. Тут потрібно оцінити приблизну границю напівемпіричних значень k_2, нижче яких криві $k_2(k^*, q)$ опускатися не будуть. Цю границю умовно можна провести через дві точки (0; 0,8) та (0,2; 0,4), де перше число – число кавітації k^*, друге – значення k_2.

Для оцінки області значень $k_2(k^*, q)$ зверху розглянемо передавальну матрицю кавітуючих насосів, побудовану за гідродинамічною моделлю (1), (2) і (5)

$$\begin{cases} \delta p_2 = b_{11}\,\delta p_1 + b_{12}\,\delta G_1 \\ \delta G_2 = b_{21}\,\delta p_1 + b_{22}\,\delta G_1 \end{cases}, \qquad (20)$$

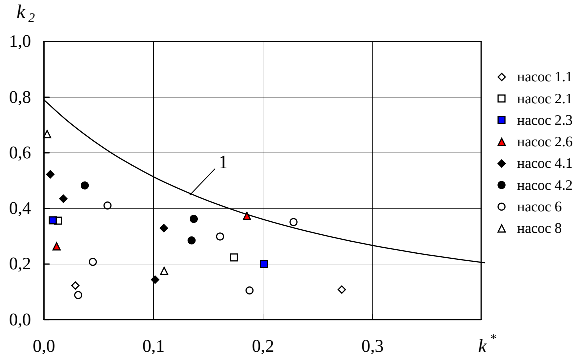
де b_{11}, b_{12}, b_{21} и b_{22} – елементи передавальної матриці кавітуючих насосів

$$b_{21} = \frac{s}{(B_1/\gamma + s(1-k_2)B_2)(1 + s\tau_K)}, \qquad b_{22} = 1 - \frac{sB_2}{B_1/\gamma + s(1-k_2)B_2},$$

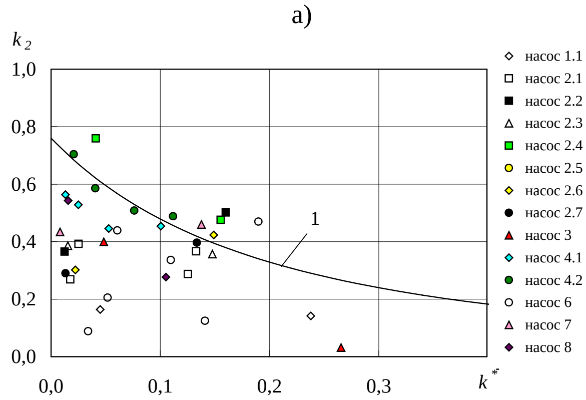
$$b_{11} = 1 + m + (s_2 - sJ_H)\,b_{21}, \qquad b_{12} = r + (s_2 - sJ_H)\,b_{22}.$$

Детермінант передавальної матриці (20) після підстановки виразів для елементів матриці набуде вигляду

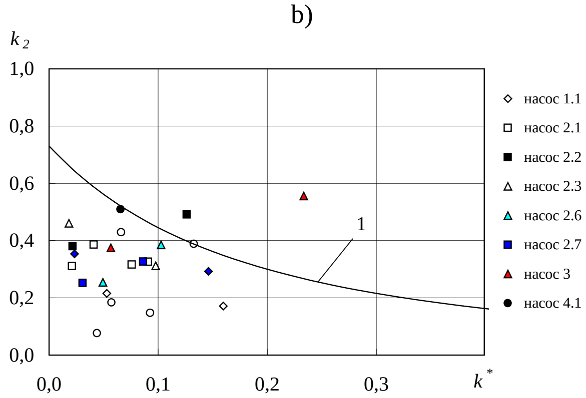
$$D = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} = b_{22}b_{21}\left(\frac{1+m}{b_{21}} - \frac{r}{b_{22}}\right).$$



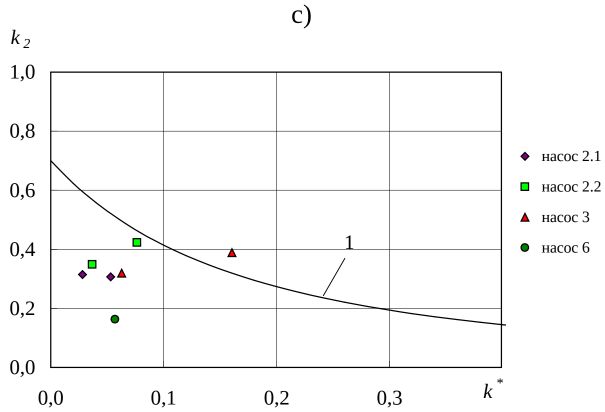
a)



b)



c)



d)

1 – розрахунки за формулою (22)

Рис. 3 – Нижня оцінка коефіцієнту $k_2\left(k^*, q\right)$ для коефіцієнтів витрати $q = 0{,}2$ (a), $q = 0{,}3$ (b), $q = 0{,}4$ (c), $q = 0{,}5$ (d)

Для подальшого аналізу спростимо останній вираз, прийнявши $m=0$ та $r=0$. Тоді

$$D \approx b_{22} = 1 - \frac{sB_2}{B_1/\gamma + s(1-k_2)B_2}. \qquad (21)$$

Слід зазначити, що у вираз (21) входить k_2 і не входить τ_K.

Справедливість виразу (21) підтверджують дослідження з визначення експериментальних передавальних матриць кавітуючих насосів [6]. У цій роботі також показано, що при розвитку кавітації (зменшенні числа кавітації) відхилення дійсних і уявних частин детермінанта D від значень $\mathrm{Re}\,D=1$ і $\mathrm{Im}\,D=0$ збільшуються. Щоб формула (21) це відображала, коефіцієнти B_1, B_2 і k_2 при розвитку кавітації мають набувати певних значень. Для цього в розділі 1 була відкоригована залежність $c(q)$ (14), що входить до коефіцієнта $\tilde{B}_1(k^*, q)$. Кавітаційний опір $\tilde{B}_2(k^*, q)$ у цій області значень числа кавітації k^* змінюється слабо. Пробні розрахунки з різними значеннями k_2 показали, що цей коефіцієнт дозволяє отримати таке розшарування $\mathrm{Re}\,D$ і $\mathrm{Im}\,D$, яке спостерігається в експерименті. При цьому завжди $k_2 < 1$ і це можна вважати обмеженням області визначення залежності $k_2(k^*, q)$ зверху.

Таким чином, використовуючи якісний вид залежності $k_2(k^*, q)$, яка отримана у роботі [34], оцінку залежності $k_2(k^*, q)$ знизу (формула (19)) та оцінку цієї залежності зверху по детермінанту передавальної матриці насоса (21), була визначена залежність $k_2(k^*, q)$ шляхом декількох ітерацій у наступному вигляді

$$k_2(k^*, q) = \frac{0{,}85 - 0{,}3\,q}{1 + \left[2(1+q)\,k^*\right]^2}. \qquad (22)$$

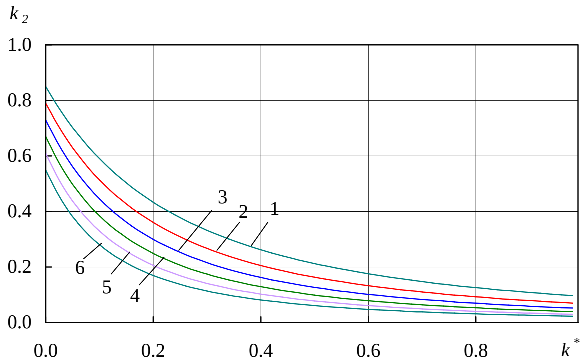
У області функціонування кавітуючих насосів по числу кавітації $k^*=0$–1 і по коефіцієнту витрати $q=0$–1 ця залежність представлена на рис. 4. При $k^*=0$ завжди $k_2 < 1$ і змінюється від 0,85 до 0,55. Залежність $k_2(k^*, q)$ помітно розшаровується за коефіцієнтом витрати q так, що більшому значенню q відповідає менше значення k_2. Зміна цієї залежності показує, що зосереджена податливість кавітаційних каверн розташовується у середній частині кавітаційних каверн ($k_2=0{,}5$) у вузькому діапазоні чисел кавітації $k^*=0{,}01$–0,15. На рис. 3 також представлені залежності $k_2(k^*, q)$ за формулою (22), які задовільно корегують з їх напівемпіричною оцінкою знизу.

Використовуючи залежність $k_2(k^*, q)$ (22), були проведені розрахунки детермінанта передавальної матриці кавітуючих насосів. Для цього формула (21) була перетворена так, щоб до неї входили лише безрозмірні коефіцієнти $\tilde{B}_1(k^*, q)$, $\tilde{B}_2(k^*, q)$ і $k_2(k^*, q)$

$$D \approx 1 - \frac{j\omega\tilde{B}_2}{\tilde{B}_1 R + j\omega(1-k_2)\tilde{B}_2},$$

де $R = \frac{\pi\, n}{2{,}3\, 60}$; j – уявна одиниця; ω – кутова частота коливань.

Коефіцієнт R показує, що на детермінант D у явному вигляді не впливає жоден із геометричних параметрів насоса, але впливає частота обертання валу насоса n. На рис. 5 для прикладу вміщені дійсні та уявні частини детермінанта передавальної матриці кавітуючих насосів, побудованих за останньою формулою для значення коефіцієнта витрати q =0,4 при n=5000 об/хв. При цьому значенні частоти обертання n значення детермінанта D зазнають найбільших змін у діапазоні частот обертання валу розглянутих насосів (5000–50000) об/хв. На цьому рисунку, як і в експерименті, спостерігається розшарування $\operatorname{Re} D$ і $\operatorname{Im} D$ при зміні чисел кавітації, причому при більшому розвитку кавітації значення $\operatorname{Re} D$ і $\operatorname{Im} D$ відхиляються більше від значень $\operatorname{Re} D=1$ і $\operatorname{Im} D=0$.



1 – q =0,0; 2 – q =0,2; 3 – q =0,4; 4 – q =0,6; 5 – q =0,8; 6 – q =1,0

Рис. 4 – Розрахункова залежність $k_2\left(k^*, q\right)$ від k^* і q

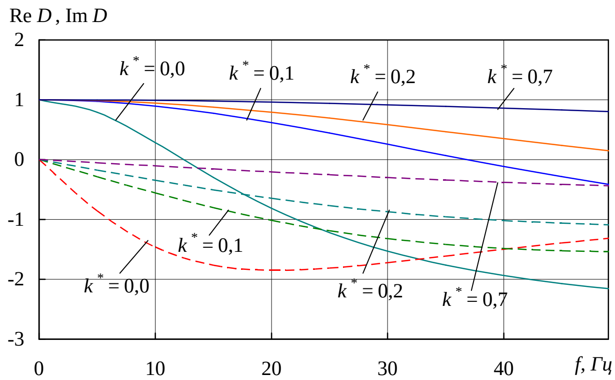


Рис. 5 – Дійсні (суцільні лінії) та уявні (пунктирні лінії) частини детермінанта передавальної матриці кавітуючих насосів для q =0,4

Використовуючи отриману залежність $k_2\left(k^*, q\right)$, границі експериментальних областей існування кавіційних автоколивань та математичну модель кавітаційних коливань (1) – (5), були визначені τ_K за співвідношенням коефіцієнтів моделі (11) на границі експериментальних областей існування кавітаційних автоколивань

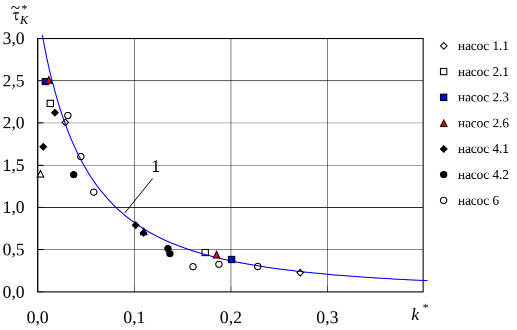
$$\tau_K = \frac{-B_T \pm \sqrt{B_T^2 - 4A_T C_T}}{2A_T}, \tag{23}$$

де $A_T = \gamma / B_1 \, R_\Sigma \, B_\Sigma$,

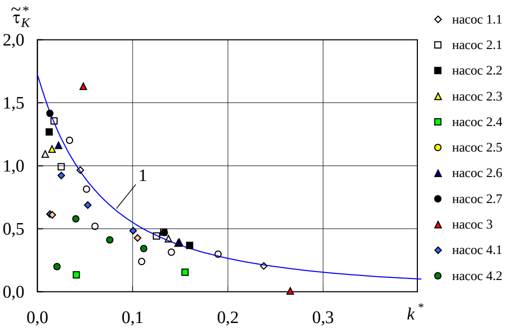
$$B_T = \frac{\gamma}{B_1} R_\Sigma \left[R_1\left(J_2 + J_H\right) + \left(R_2 - s_2\right)\left(J_1 + J_{OT}\right)\right] - -B_\Sigma\left[R_1\left(R_2 - s_2\right) + B_\Sigma\right],$$

$$C_T = \frac{-\gamma}{B_1} R_\Sigma \left(J_1 + J_{OT}\right)\left(J_2 + J_H\right) - \left[\left(J_2 + J_H\right)\left(R_1 + B_2 k_2\right) + \left(J_1 + J_{OT}\right)\left(R_2 - s_2\right) - B_2(1+m)\right]\left(R_1\left(R_2 - s_2\right) + B_\Sigma\right),$$

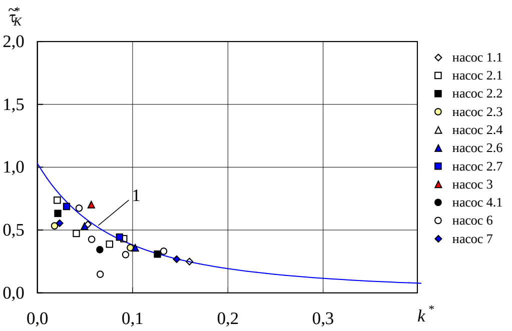
$$B_{\Sigma} = \frac{-\gamma}{B_1} J_{\Sigma} + B_2 k_2 R_{\Sigma} - B_2 \left[(1+m) R_1 - r \right].$$



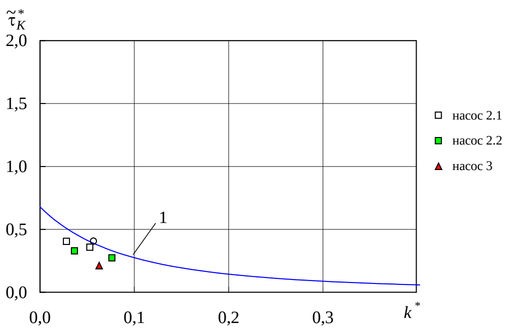
a)



b)



c)



d)

Рис. 6 – Залежності $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ від числа кавітації k^* для q =0,2 (a), q =0,3 (b), q =0,4 (c), q =0,5 (d)

Для чотирьох значень коефіцієнта витрати q =0,2; 0,3; 0,4 і 0,5 напівемпіричні значення $\tilde{\tau}_K^*$, які отримані за формулою (23), представлені на рис. 6. Вони складають залежності від числа кавітації k^*, які якісно узгоджуються з залежностями $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$, отриманими у роботі [34] за теоретичними передатними матрицями кавітуючих насосів. Залежності коефіцієнта $\tilde{\tau}_K^*$ за зміни k^* є такі, що монотонно зменшуються.

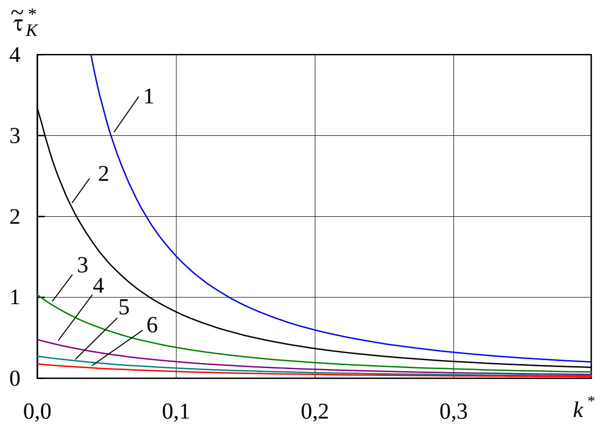
Для апроксимації представлених на рис. 6 значень $\tilde{\tau}_K^*$ була використана формула

$$\tilde{\tau}_K^* = \frac{1}{a_{T1} + a_{T2}\, k^* + a_{T3}\, k^{*2}}, \tag{24}$$

де $a_{T1} = 0{,}073 + 0{,}019\,q + 5{,}57\,q^2$, $a_{T2} = 3{,}78 + 4{,}61\,q + 39{,}8\,q^2$,

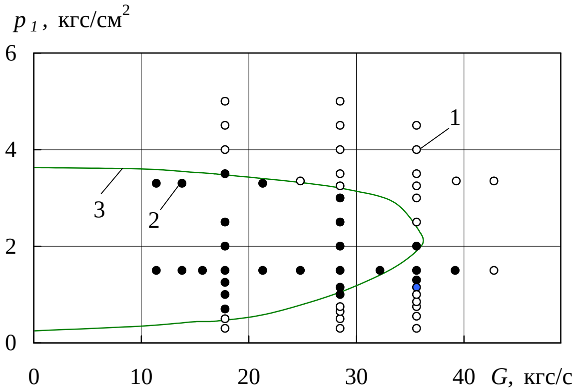
$a_{T3} = 21{,}2 + 17{,}6\,q + 107{,}0\,q^2$,

результати розрахунків за якою представлені на цих же рисунках і задовільно узгоджуються з експериментальними даними.



1 – q =0,0; 2 – q =0,2; 3 – q =0,4; 4 – q =0,6; 5 – q =0,8; 6 – q =1,0

Рис. 7 – Розрахункова залежність $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ від k^* і q



1 – експеримент стійко; 2 – експеримент нестійко; 3 – розрахунок області існування

Рис. 8 – Область існування кавітаційних автоколивань насоса 1.1

На рис. 7 представлено розрахункові залежності $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ від числа кавітації k^* та коефіцієнта витрати q. Вони охоплюють всю область існування кавітаційних каверн в насосах РРД по k^* та q.

На рис. 8 представлена експериментальна та розрахункова області існування кавітаційних автоколивань для насоса 1.1. Розрахункові дані отримані з використанням коефіцієнтів гідродинамічної моделі $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$, $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$, $k_2\left(k^*, q\right)$, $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$, визначених у даній роботі. Слід зазначити задовільне узгодження дослідних і теоретичних даних у широкому діапазоні зміни режимних параметрів.

Таким чином, експериментально-розрахунковим способом отримані всі коефіцієнти гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД, які охоплюють всю область існування кавітаційних каверн в насосах РРД. Для визначення пружності кавітаційних каверн $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$ і від'ємного опору кавітаційних каверн $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ були використані експериментальні частоти кавітаційних коливань, отримані при дослідженні 26 насосів РРД різної розмірності і продуктивності, а також призначення і конструктивного виконання. Для визначення коефіцієнта розподілу кавітаційного опору $k_2\left(k^*, q\right)$ та часу передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ були додатково використані границі експериментальних областей існування кавітаційних автоколивань 14 насосів. Отримані коефіцієнти дозволять підвищити точність і достовірність результатів при вирішенні задач динаміки з кавітуючими насосами РРД таких, як: аналіз стійкості поздовжніх коливань та вибір параметрів демпферів поздовжніх коливань [4], прогноз амплітуд поздовжніх коливань [10, 11], дослідження стійкості двигунної установки [12], визначення перехідних процесів при запуску та зупину РРДУ [13], вплив зовнішніх та внутрішніх факторів на розкид тяги РРД при його запуску [15] та ін.

Висновки. Експериментально-розрахунковим способом визначено залежності коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$, $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$, $k_2\left(k^*, q\right)$ і $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ від числа кавітації k^* та коефіцієнта витрати q, які охоплюють всю область існування кавітаційних каверн у насосах РРД.

При визначенні пружності кавітаційних каверн $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$ і від'ємного опору кавітаційних каверн $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ були використані експериментальні частоти кавітаційних коливань, отримані при дослідженні 26 насосів РРД різної розмірності і продуктивності, а також призначення і конструктивного виконання. При визначенні коефіцієнта розподілу кавітаційного опору $k_2\left(k^*, q\right)$ та часу передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$ були додатково використані границі експериментальних областей існування кавітаційних автоколивань 14 насосів.

Для розширення області визначення пружності кавітаційних каверн $\tilde{B}_1\left(k^*, q\right)$ проведено уточнення екстраполяційної залежності пружності кавітаційних каверн на режимах кавітаційного зриву (k^*=0). Для більш рівномірного розшарування залежностей від'ємного опору кавітаційних каверн $\tilde{B}_2\left(k^*, q\right)$ в діапазоні великих значень коефіцієнта витрати q=0,6–1,0 проведено уточнення залежності числа початкової кавітації в насосах з високими антикавітаційними властивостями від коефіцієнта витрати $k_O^*(q)$.

Використовуючи якісний вид залежності $k_2\left(k^*, q\right)$, отриманий з теоретичних передавальних матриць кавітуючих насосів, його оцінку знизу (при нульових значеннях часу передачі збурень $\tilde{\tau}_K^*\left(k^*, q\right)$=0) і оцінку зверху (по рівномірному розшаруванні детермінантів передавальних матриць насосів), була визначена аналітична залежність $k_2\left(k^*, q\right)$. Використовуючи її, а також границі експериментальних областей існування кавітаційних автоколивань та співвідношення коефіцієнтів математичної моделі кавітаційних коливань на границі існування кавітаційних автоколивань, були визначені та апроксимовані значення часів передачі збурень $\tau_K^*\left(k^*, q\right)$.

1. *Боровский Б. И., Ершов Н. С., Овсянников Б. В., Петров В. И, Чебаевский В. Ф., Шапиро А. С.* Высокооборотные лопаточные насосы. М.: Машиностроение, 1975. 336 с.
2. *Шевяков А. А., Калнин В. М., Науменкова М. В., Дятлов В. Г.* Теория автоматического управления ракетными двигателями. М.: Машиностроение, 1978. 288 с.
3. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты. М. : Машиностроение, 1977. 208 с.
4. *Pylypenko O. V., Degtyarev M. A., Nikolayev O. D., Klimenko D. V., Dolgopolov S. I., Khoriak N. V., Bashliy I. D., Silkin L. A.* Providing of POGO stability of the Cyclone-4M launch vehicle. Космічна наука і технологія. 2020. V. 26, № 4. С. 3–20. https://doi.org/10.15407/knit2020.04.003
5. *Ng S. L., Brennen C. E.* Experiments on the Dynamic Behavior of Cavitating Pumps. ASME J. Fluids Eng. 1978. V. 100, Pp. 166–176. https://doi.org/10.1115/1.3448625
6. *C. E. Brennen, C. Meissner, E. Y. Lo, G. S. Hoffman*. Scale effects in the dynamic transfer functions for cavitating inducers. ASME J. Fluids Eng. 1982. V. 104, Pp. 428–433. https://doi.org/10.1115/1.3241875
7. *Пилипенко В. В.* Экспериментально-расчетный способ определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1976. № 3. С. 131–139.
8. *Григорьев Ю. Е., Пилипенко В. В.* Экспериментально-расчетное определение упругости кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах на режимах с обратными течениями. Динамика насосных систем. К.: Наук. думка, 1980. С. 37–46.
9. *Пилипенко В. В., Долгополов С. И.* Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах различных типоразмеров. Техническая механика. 1998. № 8. С. 50–56. https://doi.org/10.1016/S0262-1762(99)80457-X
10. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Долгополов С. И., Николаев А. Д., Серенко В. А., Хоряк Н. В.* Теоретическое определение амплитуд продольных колебаний жидкостных ракет-носителей. Космічна наука і технологія. 1999. Т. 5, № 1. С. 90–96. https://doi.org/10.15407/knit1999.01.090
11. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Николаев А. Д., Долгополов С. И., Серенко В. А., Хоряк Н. В.* Теоретическое определение динамических нагрузок (продольных виброускорений) на конструкцию жидкостной ракеты РС-20 на активном участке траектории её полёта. Техническая механика. 2000. № 1. С. 3–18.
12. *Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Хоряк Н. В., Николаев А. Д., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н.* Математическое моделирование и анализ устойчивости низкочастотных процессов в маршевом ЖРД с дожиганием генераторного газа. Вестник двигателестроения. 2017. № 2. С. 34–42.
13 *Pylypenko O. V., Prokopchuk O. O., Dolgopolov S. I., Nikolayev O. D., Khoriak N. V., Pysarenko V. Yu., Bashliy I. D.,Polskykh S. V.* Mathematical modeling of start-up transients at clustered propulsion system with POGO-suppressors for Cyclon-4M launch vehicle. Космічна наука і технологія. 2021. V. 27, № 6. С. 3–15. https://doi.org/10.15407/knit2021.06.003
14. *Dolgopolov S. I., Nikolayev O. D., Khoriak N. V.* Dynamic interaction between clustered liquid propellant rocket engines under their asynchronous start-ups. Propulsion and Power Research. 2021. 10(4). Pp. 347–359. https://doi.org/10.1016/j.jppr.2021.12.001
15. *Пилипенко О. В., Долгополов С І., Хоряк Н. В., Ніколаєв О. Д М*етодика визначення впливу внутрішніх та зовнішніх факторів на розкид тяги рідинного ракетного двигуна при його запуску. Технічна механіка. 2021. № 4. С. 7–17. https://doi.org/10.15407/itm2021.04.007
16. *Koptilyy D., Marchan R., Dolgopolov S., Nikolayev O.* Mathematical modeling of transient processes during start-up of main liquid propellant engine under hot test conditions. 8th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (1-4 July, Madrid). 2019. Pp. 15. https://doi.org/10.13009/EUCASS2019-236
17. *Долгополов С. І.* Верифікація гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД за теоретичними та експериментальними передавальними матрицями насосів. Технічна механіка. 2020. № 3. С. 18–29 https://doi.org/10.15407/itm2020.03.018
18. *Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С.* Кавитационные колебания и динамика гидросистем. М.: Машиностроение. 1977. 352 с.
19. *Долгополов С. И.* Обобщенный экспериментально-расчетный коэффициент инерционного сопротивления жидкости, обусловленный обратными течениями на входе в шнекоцентробежный насос. Техническая механика. 1995. Вып. 4. С. 99–103.
20. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М: Наука. 1980. 976с.
21. *Dolgopolov S. I.* Generalization of Experimental Elasticity of Cavitation Bubbles in LRE Pumps that Differ Significantly in Size and Performance. Sci. innov. 2023. 19(5). Pp. 71–88. https://doi.org/10.15407/scine19.05.071

22. *Zadontsev V. A.* Experimental Study of LR Pump at Cavitation Autooscillations Regimes. Proceldings of Third China-Russia-Ukraine Symposium on Astronautical Science and Technology, XI AN China. (16-20 September). 1994. Pp. 285–287.
23. *Задонцев В. А., Дрозд В. А., Долгополов С. И., Грабовская Т. А.* Автономные динамические испытания шнекоцентробежного насоса ЖРД большой размерности в режиме кавитационных автоколебаний. Авиационно-космическая техника и технология. 2009. № 9. С. 100–106.
24. *Селифонов В. С.* Исследование динамики насосов ЖРД на кавитационных режимах: дис….канд. техн. наук. М., 1972. 229 с.
25. *Задонцев В. А., Дрозд В. А., Долгополов С. И., Грабовская Т. А.* Автономные испытания насоса окислителя маршевого двигателя второй ступени ракеты-носителя “Зенит” в режимах кавитационных автоколебаний. Авиационно-космическая техника и технология. 2010. № 10. С. 89–93.
26. *Иванов Я. Н.* Экспериментальные исследования по выявлению эффективных средств подавления кавитационных автоколебаний в системе топливоподачи ЖРД. Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. С. П. Королева. 2006. № 2. С. 357–360.
27. *Жулай Ю. А.* Динамические испытания шнекоцентробежного насоса в режиме кавитационных автоколебаний. Вестник двигателестроения. 2006. № 3. С. 141–145.
28. *Ершов Н. С.* Экспериментальное исследование кавитационных автоколебаний насосной системы. Динамика насосных систем. 1980. С. 3–9.
29. *Довготько Н. И.* Об одном случае исследования устойчивости системы шнекоцентробежный насос – трубопроводы по отношению к кавитационным автоколебаниям. Динамика насосных систем. 1980. С. 9–14.
30. *Дрозд В. А., Задонцев В. А., Ходурский В. Е.* Экспериментальное определение собственной частоты и декремента колебаний жидкости в системе питающий трубопровод – насос ЖРД. Техническая механика ракетно-космических систем. 1986. Вып. 1. С. 90–96.
31. *Натанзон М. С., Бальцев Н. И., Бажанов В. В., Лейдерваргер М. Р.* Экспериментальные исследования кавитационных колебаний шнекоцентробежного насоса. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1973. № 2. С. 151–157.
32. *Шакутина Л. Г.* Влияние частичной кавитации в шнеке на динамические свойства насоса и ЖРД в диапазоне низких частот: дис….канд. техн. наук. 1971. 166 с.
33. *Долгополов С. И.* Обобщение экспериментальных давлений срыва кавитирующих шнекоцентробежных насосов ЖРД. Космическая техника. Ракетное вооружение. 2007. Вып. 1. Днепропетровск: ГП “КБ Южное” С. 98–108.
34. *Долгополов С. І.* Визначення залежностей коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів рідинних ракетних двигунів за їх теоретичними передатними матрицями. Технічна механіка. 2024. № 1. С. 3–12. https://doi.org/10.15407/itm2024.01.003

Отримано 08.07.2024,
в остаточному варіанті 30.09.2024