УДК 621.002.56

О. В. ПИЛИПЕНКО, Н. Б. ГОРЕВ, А. В. ДОРОНИН, И. Ф. КОДЖЕСПИРОВА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ МЕТОДОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗОНДОВ

Измерения комплексного коэффициента отражения широко применяются для контроля различных параметров материалов. Целью данной статьи является разработка методики измерения комплексного коэффициента отражения с использованием двух электрических зондов. Получено биквадратное уравнение, связывающее модуль комплексного коэффициента отражения с токами соединенных с зондами полупроводниковых детекторов. Показано, что в случае, когда найденная из измеренных токов детекторов неразвернутая фаза лежит в первом, втором или четвертом квадранте, модуль комплексного коэффициента отражения однозначно определяется из этого уравнения как его меньший положительный корень. Фаза комплексного коэффициента отражения определяется из двух квадратурных сигналов, которые легко находятся из токов полупроводниковых детекторов при известном модуле коэффициента отражения. Для проведения измерений комплексного коэффициента отражения в диапазоне частот межзондовое расстояние удобно выбрать равным одной восьмой длины волны электромагнитного излучения в волноводе при максимальной частоте. Показано, что для минимизации погрешности определения модуля и фазы комплексного коэффициента отражения, связанной с погрешностью установки межзондового расстояния, измерения следует проводить в положении образца, соответствующем маскимуму тока детектора, соединенным с ближним к образцу зондом. По сравнению с трехзондовыми измерениями предложенная методика позволяет упростить конструкцию измерительной волноводной секции, упростить процесс ее изготовления и ослабить паразитный эффект переотражений между зондами.

Вимірювання комплексного коефіцієнта відбиття широко використовуються для контролю різноманітних параметрів матеріалів. Метою цієї статті є розробка методики вимірювання комплексного коефіцієнта відбиття з використанням двох електричних зондів. Одержано біквадратне рівняння, що пов’язує модуль комплексного коефіцієнта відбиття зі струмами напівпровідникових детекторів, з’єднаних із зондами. Показано, що у випадку, коли знайдена із струмів детекторів нерозгорнута фаза лежить в першому, другому або четвертому квадранті, модуль комплексного коефіцієнта відбиття однозначно визначається з цього рівняння як його менший додатний корінь. Фаза комплексного коефіцієнта відбиття визначається з двох квадратурних сигналів, які легко знаходяться зі струмів напівпровідникових детекторів при відомому модулі коефіцієнта відбиття. Для проведення вимірювань комплексного коефіцієнта відбиття в діапазоні частот міжзондову відстань зручно обрати рівною одній восьмій довжини хвилі електромагнітного випромінювання в хвилеводі при максимальній частоті. Показано, що для мінімізації похибки визначення модуля і фази комплексного коефіцієнта відбиття, що пов’язана з похибкою установки міжзондової відстані, вимірювання слід проводити у положенні зразка, яке відповідає максимуму струму детектора, з’єднаного з ближчим до зразка зондом. У порівнянні з тризондовими вимірюваннями запропонована методика дозволяє спростити конструкцію вимірювальної хвилевідної секції, спростити процес її виготовлення і зменшити паразитний ефект перевідбиттів між зондами.

Complex reflection coefficient measurements are widely used in materials characterization. The aim of this paper is to develop a technique for complex reflection coefficient measurement using two electrical probes. A biquadratic equation that relates the complex reflection coefficient magnitude to the currents of the semiconductor detectors connected to the probes is derived. In the case where the wrapped phase found from the detector currents lies in the first, second, or fourth quadrant, the complex reflection coefficient magnitude is unambiguously determined from that equation as its smaller positive root. The complex reflection coefficient phase is determined from two quadrature signals, which are easy to find from the semiconductor detector currents once the complex reflection coefficient magnitude is known. To measure the complex reflection coefficient over a frequency range, it is convenient that the interprobe distance be equal to one eighth of the guided operating wavelength at the maximum frequency. It is shown that the complex reflection coefficient and phase determination error caused by the interprobe distance error can be minimized if the specimen is placed in the waveguide section so that the current of the detector connected to the nearer-to-specimen probe is a maximum. In comparison with three-probe measurements, the proposed technique simplifies the design of the measuring waveguide section and the process of its manufacturing and alleviates the parasitic effect of multiple reflections between the probes.

Ключевые слова: *комплексный коэффициент отражения, электрический зонд, полупроводниковый детектор, волноводная секция, межзондовое расстояние.*

Для контроля параметров материалов, в частности процентного содержания смесей, широко применяются измерения диэлектрической проницаемости. Одним из методов определения диэлектрической проницаемости является измерение комплексного коэффициента отражения. Традиционный метод измерения комплексного коэффициента отражения – это метод калибруемого двенадцатиполюсника, основанный на использовании согласованной конструкции двенадцатиполюсного измерительного преобразователя, константы которого находятся по результатам предварительной калибровки измерителя с использованием не менее четырех эталонов комплексного коэффициента отражения [1, 2]. Такой метод оправдан при проведении высокоточных метрологических измерений. Однако широкое применение такого подхода ограничивается высокой стоимостью его аппаратной реализации [3].

В работе [4] предложена методика измерения модуля и фазы комплексного коэффициента отражения с помощью зондовой реализации интерференционного метода, использующей три электрических зонда. В этой работе получено биквадратное уравнение, связывающее модуль комплексного коэффициента отражения с токами полупроводниковых детекторов, соединенных с зондами, и показано, что в силу естественного ограничения на модуль коэффициента отражения (он не может превышать единицы) он однозначно определяется из этого уравнения как его меньший положительный корень. При этом фаза комплексного коэффициента отражения определяется из двух квадратурных сигналов, которые легко находятся из токов полупроводниковых детекторов при известном модуле коэффициента отражения.

Целью данной статьи является разработка методики измерения комплексного коэффициента отражения с использованием двух электрических зондов. Уменьшение количества зондов с трех до двух позволяет упростить конструкцию измерительной волноводной секции, упростить процесс изготовления ее вследствие необходимости точного выдерживания только одного межзондового расстояния вместо двух и ослабить паразитный эффект переотражений между зондами.

Рассмотрим два зонда 1 и 2, соединенных с полупроводниковыми детекторами с квадратичной вольт-амперной характеристикой. Зонды расположены в волноводной секции между генератором электромагнитного излучения и образцом, коэффициент отражения которого измеряется, на расстоянии l друг от друга, причем ближе к образцу расположен зонд 2. Схема измерения приведена на рис. 1.

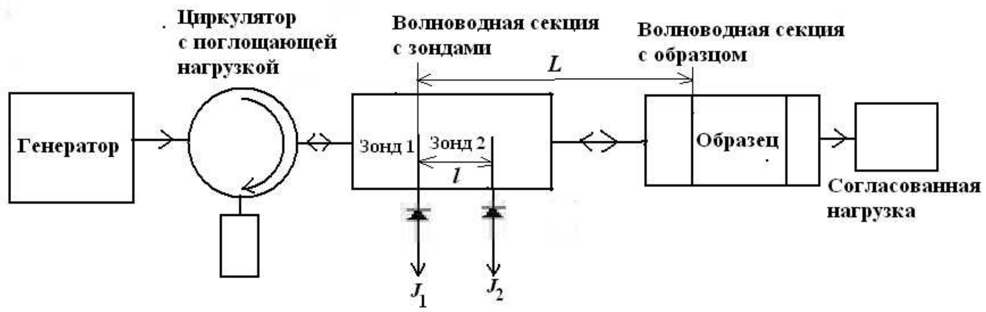

Рис. 1

Токи детекторов J_1, J_2 следующим образом выражаются через модуль r и фазу ϕ комплексного коэффициента отражения образца

$$J_1 = k_1 E_{\text{пад}}^2 \left(1 + r^2 + 2r\cos\psi\right), \qquad (1)$$

$$J_2 = k_1 E_{\text{пад}}^2 [1 + r^2 + 2r \sin(\psi - \beta)] , \qquad (2)$$

$$\psi = \frac{4\pi L}{\lambda_{g\gamma}} + \phi , \qquad \beta = \frac{\pi}{2}\left(\frac{8l}{\lambda_g} - 1\right),$$

где $E_{\text{пад}}$ – модуль амплитуды напряженности электрического поля падающей электромагнитной волны; k_1, k_2 – коэффициент пропорциональности между квадратом модуля амплитуды напряженности электрического поля и током детектора для детекторов 1, 2 соответственно; L – расстояние между образцом и зондом 1; $\lambda_{g\gamma}$ – длина волны зондирующего электромагнитного излучения в волноводе.

Задача заключается в том, чтобы найти модуль r и фазу ϕ комплексного коэффициента отражения по измеренным токам детекторов.

Как следует из (1) и (2), входящие в эти формулы величины $k_1 E_{\text{пад}}^2$ и $k_2 E_{\text{пад}}^2$ легко определяются с помощью предварительной калибровки измерительной секции с согласованной нагрузкой, для которой выполняется равенство $r = 0$

$$k_1 E_{\text{пад}}^2 = J_{10}, \quad k_2 E_{\text{пад}}^2 = J_{20},$$

где J_{10}, J_{20} – токи детекторов 1 и 2 в режиме согласованной нагрузки.

Для удобства введем следующие обозначения

$$a_1 = \frac{J_1}{J_{10}} - 1, \quad a_2 = \frac{J_2}{J_{20}} - 1 .$$

В этих обозначениях формулы (1) и (2) принимают вид

$$a_1 = r^2 + 2r\cos\psi , \quad a_2 = r^2 + 2r\sin\left(\psi - \beta\right),$$

откуда имеем

$$\cos\psi = \frac{a_1 - r^2}{2r}, \qquad (3)$$

$$\sin\psi = \frac{a_2 + a_1 \sin\beta - r^2\left(1 + \sin\beta\right)}{2r\cos\beta} . \qquad (4)$$

При известном r фазу $\psi = 4\pi L / \lambda_g + \phi$ можно получить из (3) и (4) следующим образом

$$\psi = \varphi + 2\pi n , \qquad (5)$$

$$\varphi = \begin{cases} \mathrm{arctg}\,\dfrac{\sin\psi}{\cos\psi}, & \sin\psi \ge 0,\ \cos\psi \ge 0, \\ \mathrm{arctg}\,\dfrac{\sin\psi}{\cos\psi} + \pi, & \cos\psi < 0\ , \\ \mathrm{arctg}\,\dfrac{\sin\psi}{\cos\psi} + 2\pi, & \sin\psi < 0,\ \cos\psi \ge 0, \end{cases} \qquad (6)$$

где φ – неразвернутая фаза, n – целое число.

Из (5), (6) получается следующее выражение для искомой фазы ϕ комплексного коэффициента отражения

$$\phi = \varphi - \frac{4\pi L}{\lambda} + 2\pi n\,,$$

где целое число n выбирается из условия, чтобы фаза ϕ лежала в интервале от нуля до 2π.

Найдем теперь модуль комплексного коэффициента отражения r. Соотношения (3), (4) можно рассматривать как систему двух уравнений с тремя неизвестными: r, $\sin\psi$, $\cos\psi$. Для того чтобы число уравнений соответствовало числу неизвестных, эту систему следует дополнить основным геометрическим тождеством

$$\sin^2\psi + \cos^2\psi = 1\,. \qquad (7)$$

Возведение (3) и (4) в квадрат с последующей подстановкой в (7) дает следующее биквадратное уравнение относительно модуля комплексного коэффициента отражения

$$r^4 - r^2[a_1 + a_2 + 2(1-\sin\beta)] + \frac{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\sin\beta}{2(1+\sin\beta)} = 0\,. \qquad (8)$$

Это уравнение имеет два положительных корня

$$r_1 = \left[\frac{a_1 + a_2}{2} + 1 - \sin\beta + \sqrt{\left(\frac{a_1 + a_2}{2} + 1 - \sin\beta\right)^2 - \frac{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\sin\beta}{2(1+\sin\beta)}}\,\right]^{1/2},$$

$$r_2 = \left[\frac{a_1 + a_2}{2} + 1 - \sin\beta - \sqrt{\left(\frac{a_1 + a_2}{2} + 1 - \sin\beta\right)^2 - \frac{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\sin\beta}{2(1+\sin\beta)}}\,\right]^{1/2},$$

один из которых, очевидно, является посторонним.

Используя (3) и (4), приведем свободный член уравнения (8) к виду

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\sin\beta}{2(1+\sin\beta)} = r^2\left\{r^2 + 2r[\cos\psi + \sin(\psi-\beta)] + 2(1-\sin\beta)\right\}.$$

Поскольку свободный член биквадратного уравнения равен произведению его корней, для постороннего корня r_{ext} имеем

$$r_{ext} = \left\{r^2 + 2r\left[\cos\psi + \sin(\psi - \beta)\right] + 2(1 - \sin\beta)\right\}^{1/2}. \qquad (9)$$

После преобразований выражение для r_{ext} принимает вид

$$r_{ext} = \left[r^2 + 4r_0 r \sin(\psi + \beta_0) + 4r_0^2\right]^{1/2}, \qquad (10)$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{1 - \sin\beta}{2}}, \qquad \beta_0 = \arcsin r_0 = \frac{\pi}{4} - \beta.$$

Найдем условие, при котором выполняется неравенство $r_{ext} \geq r$. Из (10) следует, что это условие имеет вид

$$\sin(\psi + \beta_0) \geq -\frac{r_0}{r}. \qquad (11)$$

Если межзондовое расстояние l не превосходит $\lambda_g/4$, то $-\pi/2 < \beta \leq \pi/2$ и поэтому $r_0 \leq 1$.

При выполнении условия (11) посторонний корень r_{ext} будет не меньше модуля комплексного коэффициента отражения r. В силу очевидного условия $r_1 \geq r_2$ это означает, что при выполнении (11) модуль комплексного коэффициента отражения будет даваться корнем r_2.

Условие (11) будет выполняться при любом ψ в случае $r \leq r_0$. В случае же $r > r_0$ оно будет выполняться для следующих значений неразвернутой фазы φ

$$0 \leq \varphi \leq \varphi_1, \qquad \varphi_2 \leq \varphi < 2\pi,$$

$$\varphi_1 = \pi + \arcsin\frac{r_0}{r} - \beta_0, \quad \varphi_2 = 2\pi - \arcsin\frac{r_0}{r} - \beta_0.$$

При фиксированном межзондовом расстоянии и фиксированной длине волны электромагнитного излучения , т. е. фиксированном r_0, минимальное значение φ_1 и максимальное значение φ_2 будут достигаться при $r = 1$, а именно

$$\varphi_{1\min} = \pi, \qquad \varphi_{2\max} = \frac{3}{2}\pi + \beta.$$

Итак, при произвольном неизвестном модуле комплексного коэффициента отражения его значение будет даваться корнем r_2 уравнения (8) для неразвернутой фазы φ, удовлетворяющей одному из двух неравенств

$$0 \leq \varphi \leq \varphi_{1\min}, \qquad \varphi_{2\max} \leq \varphi < 2\pi. \qquad (12)$$

Таким образом, исследуемый образец должен находиться в таком положении, чтобы неразвернутая фаза, найденная по (6), удовлетворяла одному из неравенств (12). Однако при этом необходимо принять во внимание следующее. В случае $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$, когда условие (11) не выполняется, корень r_2 является посторонним корнем, и поэтому неразвернутая фаза, найденная по этому корню, будет представлять собой кажущуюся фазу φ_{ap}, отличающуюся от фактической фазы φ. Понятно, что проверка измеренной фазы на выполнение условий (12) имеет смысл только в том случае, когда кажущаяся фаза также будет лежать между φ_1 и φ_2. Найдем условия, при которых это выполняется.

В случае, когда r_2 является посторонним корнем r_{ext}, выражения (3) и (4) для $\cos\psi$ и $\sin\psi$ будут давать кажущиеся значения $\cos\psi_{ap}$ и $\sin\psi_{ap}$

$$\cos\psi_{ap} = -\frac{1 + r\sin(\varphi-\beta) - \sin\beta}{r_{ext}},$$

$$\sin\psi_{ap} = -\frac{1 + r\cos\varphi - \sin\beta[\sin\beta - r\sin(\varphi-\beta)]}{\cos\beta\, r_{ext}}.$$

В формулу (6) для определения неразвернутой фазы входит арктангенс отношения $\sin\psi/\cos\psi$. Поэтому рассмотрим функцию $F(\varphi) = \sin\psi/\cos\psi$

$$F(\varphi) = \frac{1 + r\cos\varphi - \sin\beta[\sin\beta - r\sin(\varphi-\beta)]}{\cos\beta[1 + r\sin(\varphi-\beta) - \sin\beta]}.$$

Для производной этой функции по φ имеем

$$F'(\varphi) = \frac{r^2[-2r_0\sin(\varphi+\beta_0)/r - 1]}{[1 + r\sin(\varphi-\beta) - \sin\beta]^2}.$$

Из (11) следует, что r_2 является посторонним корнем при выполнении условия

$$\sin(\psi+\beta_0) < -\frac{r_0}{r},$$

в силу чего имеем

$$-2\frac{r_0}{r}\sin(\varphi+\beta_0) - 1 > 2\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1 \ge 2r_0^2 - 1.$$

Величина же $2r_0^2 - 1$ будет неотрицательной при $r_0 \ge 1/\sqrt{2}$, чему соответствует $\beta \le 0$, т. е. $l \le \lambda_g/8$.

Следовательно, при выполнении условия

$$l \le \lambda_g/8 \tag{13}$$

кажущаяся неразвернутая фаза φ_{ap} будет монотонно возрастающей функцией фактической неразвернутой фазы φ. Поскольку в точках $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$ кажущаяся и фактическая фазы совпадают, это означает, что кажущаяся фаза тоже лежит между φ_1 и φ_2. Поэтому измеренная фаза, удовлетворяющая условию (12), гарантированно является фактической фазой.

В случае (13) при $r_0 \geq 1/\sqrt{2}$ $\beta \leq 0$, и поэтому $\varphi_{2\max} \leq 3\pi/2$ (равенство достигается при $\beta = 0$, т. е. при $l = \lambda_g/8$). Следовательно, образец должен находиться в положении, при котором измеренная неразвернутая фаза лежит в первом, втором или четвертом квадранте.

Очевидно, для выполнения условия (13) при проведении измерения диэлектрической проницаемости в диапазоне частот межзондовое расстояние должно быть таким, чтобы условие (13) выполнялось для самой короткой длины волны, т. е. для верхней границы этого диапазона.

Рассмотрим теперь погрешность измерения комплексного коэффициента отражения, связанную с погрешностью определения межзондового расстояния. Как показано выше, в случае, когда неразвернутая фаза не лежит в третьем квадранте, модуль комплексного коэффициента отражения образца дается корнем r_2 уравнения (8). Если межзондовое расстояние установлено с погрешностью Δl, то погрешность Δr в определении модуля комплексного коэффициента отражения можно оценить как

$$\Delta r = \frac{dr_2}{da_2}\frac{da_2}{d\beta}\frac{d\beta}{dl}\Delta l, \tag{14}$$

где входящие в эту формулу производные даются выражениями

$$\frac{dr}{da_2} = -\frac{\sin\psi\cos\beta}{2S(1+\sin\beta)},$$

$$\frac{da_2}{d\beta} = 2r\cos(\psi-\beta),$$

$$\frac{d\beta}{dl} = \frac{4\pi}{\lambda_g},$$

$$S = \frac{a_1 + a_2}{2} + 1 - \sin\beta - r^2.$$

Аналогично погрешности Δr, погрешность $\Delta\phi$ определения фазы ϕ комплексного коэффициента отражения, обусловленная погрешностью Δl установки межзондового расстояния, может быть оценена как

$$\Delta\phi = \frac{d\phi}{da_2}\frac{da_2}{d\beta}\frac{d\beta}{dl}\Delta l,$$

где

$$\frac{d\phi}{da_2} = \frac{1}{2r\cos\beta}\left\{\left[1 + \frac{r\sin\psi\cos\beta}{S}\right]\cos\psi - \frac{r\sin^2\psi\cos^2\beta}{S(1+\sin\beta)}\right\}.$$

Поскольку в выражения для Δr и $\Delta\phi$ входит производная $da_2/d\beta$, равная нулю при $\cos(\psi-\beta) = 0$, то при выполнении этого условия погрешности Δr и $\Delta\phi$ в первом приближении обращаются в ноль.

Равенство $\cos(\psi - \beta) = 0$ имеет место при следующих двух значениях неразвернутой фазы φ:

$$\varphi_{01} = \frac{\pi}{2} + \beta, \quad \varphi_{02} = \frac{3\pi}{2} + \beta.$$

Поскольку $-\pi/2 < \beta \le 0$, то $0 < \varphi_{01} \le \pi/2$ и $\pi < \varphi_{02} \le 3\pi/2$, т. е. φ_{02} лежит в третьем квадранте. Для φ_{01} имеем очевидное равенство

$$\sin(\varphi_{01} - \beta) = 1.$$

Согласно (2) это означает, что в положении исследуемого образца, соответствующем $\varphi = \varphi_{01}$, ток второго детектора имеет максимум. Поэтому для минимизации погрешности определения модуля и фазы комплексного коэффициента отражения, связанной с погрешностью установки межзондового расстояния, измерения следует проводить при положении образца, соответствующем максимуму тока второго детектора.

Таким образом, предложена методика измерения комплексного коэффициента отражения в диапазоне частот с использованием двух электрических зондов, которая, по сравнению с трехзондовыми измерениями, позволяет упростить конструкцию измерительной волноводной секции, упростить процесс ее изготовления, ослабить паразитный эффект переотражений между зондами, а также минимизировать погрешность измерения, обусловленную погрешностью установки межзондового расстояния.

1. *Энген Г. Ф.* Успехи в области СВЧ-измерений / *Г. Ф. Энген* // Труды Института инженеров по электротехнике и электронике. – 1978. – Т. 66, № 4. – С. 8 – 20.
2. Опыт разработки ААЦ с двенадцатиполюсными рефлектометрами / *А. А. Кабанов, С. М. Никулин, В.В. Петров, А. Н. Салов* // Измерительная техника. – 1985. – № 10. – С. 38 – 40.
3. *Cronson H. M.* A 94-GHz diode-based single six-port reflectometer / *H. M. Cronson, R. A. Fong-Tom* // IEEE Transactions on Microwave Theory and Technology. – 1982. – V. MTT-30, No 8. – P. 1260 – 1264.
4. Определение комплексного коэффициента отражения электромагнитной волны с помощью зондовых измерений / *О. В. Пилипенко, Н. Б. Горев, А. В. Доронин, П. И. Заболотный, И. Ф. Коджеспирова* // Техническая механика. – 2015. – № 4. – С. 139 – 147.

Институт технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
Днепр

Получено 01.06.2016,
в окончательном варианте 07.06.2016