

**ВЕРИФІКАЦІЯ АЛГОРИТМУ МЕТОДУ ПРОБНИХ ЧАСТИНОК НА ЗАДАЧІ  
ОСЬОВОГО ОБТІКАННЯ КОНУСА РОЗРІДЖЕНИМ ГАЗОВИМ  
СТРУМЕНЕМ***Інститут технічної механіки**Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,  
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: larisa.peche@gmail.com*

Об'єктом дослідження є аеродинамічний розрахунок надзвукових газових струминних потоків та визначення їх силового впливу на обтічні перешкоди. Метою роботи є розвиток статистичного методу пробних частинок (МПЧ) для чисельного моделювання надзвукових газових струменів в широкому діапазоні режимів течії. В основу роботи покладена ідея комбінованого підходу, а саме використання розподілу газодинамічних параметрів на зрізі сопла або на умовній межі виходу зі щільного ядра струменя в якості вхідних даних для МПЧ, алгоритм якого для однорідних газових потоків попередньо був перероблений і пристосований для розрахунку струминних течій. Застосування комбінованого підходу, що поєднує методи розв'язання рівнянь континуальної аеродинаміки (всередині та поблизу сопла, де реалізується суцільно-носередовищна течія) і МПЧ (в зонах, де рух описується на молекулярно-кінетичному рівні), дозволить вирішувати задачі витоку надзвукових струменів довільної ступені розрідженості.

Тестування розробленого струминного алгоритму МПЧ проводилося для набуття впевненості у його надійності на задачі гіперзвукового осьового обтікання конуса. На початковому етапі застосування комбінованого підходу було розглянуто досить розріджений газовий струмінь, для якого в якості вхідних даних МПЧ можуть використовуватися газодинамічні параметри витоку на зрізі сопла. Проведено розрахунки розподіленого силового навантаження по поверхні обтічного конуса та статичного тиску перед ним. Встановлено задовільну відповідність між отриманими результатами МПЧ і наявними даними прямого моделювання Монте-Карло та експериментальними вимірюваннями. Зроблено висновок, що використання в якості початкових даних МПЧ розподілу вектора швидкості і густини струминного потоку на виході з континуальної зони, отриманих шляхом рішення рівнянь Нав'є–Стокса, значно поліпшить очікувані результати.

Застосування МПЧ для аеродинамічного розрахунку газових струменів в Україні проводиться вперше. Перевагою МПЧ є економія обчислювальних ресурсів: розрахунковий час МПЧ залежить від багатьох факторів, але він у багато разів менший за потреби прямого моделювання Монте-Карло.

**Ключові слова:** динаміка розрідженого газу, струминна течія, статистичне моделювання, метод пробних частинок, чисельні розрахунки, режими обтікання, газодинамічні параметри, силове навантаження, обтічні перешкоди.

This paper is concerned with an aerodynamic calculation of supersonic gas plume flows and the determination of the forces they exert on obstacles. The paper presents a development of the test particle statistical method (TPSM) to numerically simulate supersonic gas plumes over a wide range of flow conditions. The work is based on the idea of a combined approach, i.e., the use of the gas-dynamic parameter distribution at the nozzle exit or on the conventional boundary of the dense core of the plume as input data for a TPSM algorithm adapted from homogeneous flows to plume ones. Combining methods of continual aerodynamics (inside or near the nozzle, where a continuum flow takes place) and the TPSM (where the motion is described on a molecular-kinetic level) allows one to solve supersonic plume efflux problems for arbitrarily rarefied plumes.

The TPSM plume algorithm was tested to verify its reliability on the problem of axial flow past a cone. At the initial stage of the use of the combined approach, consideration was given to a rather rarefied gas flow, for which the gas-dynamic parameters at the nozzle exit can be used as TPSM input data. The force distribution over the cone surface and the static pressure upstream of the cone were calculated. The TPSM results were found to be in satisfactory agreement with the available direct simulation Monte-Carlo and experimental data. It was concluded that using the plume velocity and density distributions at the continual zone exit found from the Navier–Stokes equations as TPSM input data would significantly improve the expected results.

This use of the TPSM in an aerodynamic calculation of gas plumes is the first in Ukraine. The TPM offers saving in computational resources: the TPSM running time depends on a variety of factors, but it is many times shorter than that of the direct simulation Monte Carlo method.

**Ключові слова:** rarefied gas dynamics, jet flow, statistical simulation, test particle Monte Carlo method, numerical calculations, flow regimes, gas-dynamic parameters, force load, flow obstacles.

**Статистичний метод пробних частинок в розрідженій газовій динаміці.** В Україні існує істотний космічний потенціал, збереження і розвиток якого має велике державне, економічне і соціальне значення. Обмеженість наявних ресурсів вимагає ефективного використання цього потенціалу та

пошуку шляхів його розвитку. Проектування об'єктів ракетно-космічної техніки неможливе без прогнозування динамічних навантажень, діючих на їх поверхню, та моделювання аеродинаміки обтікання. Одним з багатьох негативних наслідків впливу навколишнього середовища на космічні апарати (КА) є забруднення оптичних систем частинками набігаючого потоку, високомолекулярними продуктами сублімації полімерних матеріалів і компонентами витоку струменів двигунних установок (ДУ). Рухові ДУ відіграють вирішальну роль в успішному виконанні багатьох завдань на орбіті і забезпечують маневрування КА та керування його положенням. Внесок струменів ДУ в газодинамічну структуру течії навколо КА неоднаковий, залежить від функціонального призначення ДУ, їх розташування в складі конструктивно-компонувальної схеми КА та екрануючої здатності окремих елементів конструкції апарата. Крім динамічного і теплового впливу на елементи КА, струмені ДУ можуть стати джерелом забруднення чутливих до цього поверхонь. Тому коректне визначення потоків маси газу і силового навантаження на поверхню КА від струминних потоків на етапі проектування допоможе істотно знизити ризики часткової або повної втрати функціональності бортових приладів і, таким чином, подовжити терміни функціонування КА [1].

На сьогоднішній день при вирішенні багатьох фундаментальних і прикладних задач розрідженої газової динаміки широко використовуються методи чисельного моделювання і в першу чергу статистичні методи Монте-Карло. Серед статистичних методів найбільш розвиненим і впровадженим є пряме моделювання Монте-Карло (ПММК або DSMC-англ.). Цей метод вважається більше придатним для моделювання різних складних процесів у течіях, в тому числі у перехідному режимі. Метод пробних частинок (МПЧ або TPSM-англ.) є менш відомою альтернативою ПММК. До недавнього часу він застосовувався переважно для розрахунку обтікання перешкод однорідним газовим потоком.

Вперше визначення швидкості молекулярного потоку за допомогою МПЧ було запропоновано у 1960 році [2]. До того часу МПЧ широко застосовувався для моделювання плазми. Ідея [2] полягала у тому, що так звані "пробні частинки", кожна з яких представляє велику кількість реальних молекул, послідовно запускаються в розрахункову область і взаємодіють з обтічною поверхнею, не зазнаючи міжмолекулярних зіткнень. Особливістю було те, що репрезентативні траєкторії молекул генеруються послідовно, а не одночасно, що дозволяло заощадити об'єм пам'яті та час роботи комп'ютера. МПЧ виявився особливо корисним для потоків зі складними межами, які призводять до багаторазового відбиття від поверхні під час проходження однієї траєкторії, і застосовним до розрахунку молекулярних швидкостей у вакуумних технологіях, а також до проблеми розсіювання молекул газів з поверхонь космічних апаратів [3].

Подальший розвиток МПЧ, як інструмент дослідження явищ у розрідженій газовій динаміці, отримав у 1973 році. В [4] було запропоновано використання МПЧ для проблем розв'язання складних задач молекулярної газової динаміки, де неможливо отримати аналітичні вирази через складність геометрії зони течії розріджених газів. Оскільки ступінь точності статистичних методів обмежується наявними ресурсами (розрахунковим часом і обсягом пам'яті комп'ютера), зусилля в [4] були спрямовані на зменшення ресурсоемності без погіршення точності результатів. Задля цього розвивну функцію,

що описує розподіл швидкостей молекул, було замінено на неперервну аналітичну. Це не тільки спростило обчислення і зменшило вимоги до обсягу пам'яті, але також дозволило перейти до розв'язання багатовимірних задач.

Наступним кроком у напрямку розвитку МПЧ була робота [5], в якій запропоновано побудувати верхні границі похибок методу та оптимізувати його на основі теорії функціональних алгоритмів Монте-Карло. Пізніше МПЧ неодноразово реалізовувався саме у такій інтерпретації – для розрахунків у розрідженому середовищі за умови відсутності зіткнень між молекулами газу.

Круг розв'язуваних МПЧ задач поступово розширювався. Наприклад, у [6] було виявлено суттєвий і принципово різний вплив на обтічні перешкоди як через зіткнення молекул між собою, так і через багаторазові відбиття частинок від їх поверхонь. У [7] методом стеження за траєкторіями моделювався і досліджувався зворотній потік під впливом різних умов газовиділення з простих геометричних поверхонь. Задовільна точність МПЧ підтверджена в роботі [8].

МПЧ добре себе зарекомендував для швидкого і точного прогнозування аеродинамічних сил, що діють на супутники, які працюють на низькій навколоземній орбіті. У [9, 10] за допомогою МПЧ розраховуються аеродинамічні сили, що діють на супутники складної форми, для різних умов вільномолекулярного потоку і моделей взаємодії газу з поверхнею. На думку авторів [9], для розглянутої задачі інші обчислювальні методи, такі як аналітичний, інтегральний метод і ПММК, програють МПЧ. Інтегральний метод виявляється нездатним врахувати багаторазові віддзеркалення, а отже забезпечує меншу точність. ПММК є занадто дорогим в обчислювальному плані: розрахунковий час і процесорний обсяг пам'яті, що потребує МПЧ, неспівставно менші за ПММК при однаковій точності результатів.

Наступним революційним етапом розвитку МПЧ було його поширення на перехідний режим течії [11], де зіткнення між молекулами газу моделювалося як взаємодія між пробною частинкою (молекулою) і частинками-мішенями газового фону.

Над вдосконаленням МПЧ і розширенням сфери його застосування, впродовж тривалого часу старанно працює група співробітників Інституту технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України (ІТМ НАНУ і ДКАУ). У [12] зроблено розгорнутий огляд публікацій, в яких здійснювалося тестування алгоритму МПЧ для однорідного потоку в одновимірній, двовимірній та тривимірній постановках. Результати розрахунків (газодинамічних параметрів навколо перешкод, коефіцієнтів лобового опору та розподілених по поверхні перешкоди теплових потоків) порівнювалися зі значеннями, отриманими згідно з аналітичними виразами, з результатами розрахунків іншими методами, з наявними розрахунковими даними інших авторів та опублікованими експериментальними даними.

**Реалізація статистичних методів для моделювання струминних газових течій.** Сучасні варіанти статистичних методів приваблюють тим, що можуть успішно застосовуватися не тільки у вільномолекулярному режимі, а й у перехідному. Вони розв'язують нелінійне рівняння Больцмана [13] і базуються на стеженні за рухом частинок газу за певною чисельною схемою. Замість розрахунку наслідків послідовних зіткнень молекул, як у молекулярній динаміці, ці методи генерують зіткнення стохастично з використанням пев-

ного розподілу швидкостей після зіткнення. Існуючі статистичні алгоритми були ретельно протестовані на задачах обтікання перешкод однорідним потоком, що дозволило впевнитися у доброму узгодженні отриманих результатів з експериментальними даними.

Потреби космічної індустрії вимагають розширення сфери застосування і подальшого вдосконалення методів аеродинамічних розрахунків газових потоків, зокрема розріджених і слабо розріджених струменів. Найбільш поширеним з цих методів є ПММК, який за багато років свого розвитку перетворився на потужний чисельний інструмент для розрахунку багатьох складних течій розрідженого газу, зокрема і для струминних течій [14]. Але він і досі лишається обчислювально «дорогим» і через це не завжди застосовним (навіть враховуючи сучасні можливості суперкомп'ютерів) [15 – 18].

Складність моделювання струминних течій полягає у тому, що вони можуть охоплювати зони, які через велику варіацію густини мають відмінні фізичні властивості. Це значно ускладнює чисельне моделювання як вільних струминних течій, так і їх взаємодію з обтічними поверхнями. Вибір методів оперативного визначення аеродинамічного впливу надзвукових і звукових струменів здійснюється залежно від режиму течії. В області сильного розрідження для визначення струминних ефектів та числового моделювання взаємодії струменя з поверхнею обтічного тіла зазвичай використовуються статистичні методи, у суцільносередовищній зоні – методи чисельного рішення рівнянь Нав'є–Стокса.

При наявності щільного ядра струменя для отримання фізично надійних рішень у [20] запропоновано застосувати комбінований підхід, що поєднує рішення рівнянь Нав'є–Стокса та використання одного зі статистичних методів. Для прогнозування характеристик струменя на виході з сопла в зоні підвищеної густини попередньо застосовуються чисельні методи континуальної аеродинаміки. Отриманий розподіл газодинамічних параметрів на межі виходу зі щільного ядра струменя, форма якого апроксимується так званою початковою поверхнею, є вхідними даними для подальшого моделювання статистичними методами. У разі відсутності континуальної течії статистичні методи можуть застосовуватися безпосередньо від зрізу сопла. Використання комбінованого підходу дозволяє дослідити такі характеристики факела у сильно розрідженому потоці, як сильна нерівноважність поблизу зрізу сопла, область зворотного перебігу та ін. Комбінований підхід із застосуванням ПММК був розвинений і реалізований у ряді досліджень [12, 15, 17, 21, 22].

Актуальність проблеми моделювання надзвукових газових струменів викликала необхідність залучення різних методів газової динаміки, в тому числі і МПЧ. Використання МПЧ для розрахунку струминних потоків дасть широкі можливості у чисельному моделюванні впливу струменя на формування газодинамічних обставин навколо обтічних тіл та визначенні сумарних і розподілених аеродинамічних навантажень на їх поверхні.

Аналіз бібліографічних джерел показав, що спроба розрахунку розріджених струминних потоків за допомогою МПЧ відбулася у 1973 році [19], де реалізоване оригінальне припущення професора Джорджа Спрінгера стосовно корисності методу Монте-Карло у задачах розширення струменя. Подальший розвиток алгоритму МПЧ для чисельного моделювання обтікання перешкод газовим струменем відбувся у [23, 24], де наведено його основні відмінності від алгоритму МПЧ для однорідного газового потоку. Наразі стоїть

задача верифікації струминного алгоритму МПЧ шляхом порівняння з наявними дослідними і розрахунковими даними.

**Обтікання конуса струминним газовим потоком.** Тестування відбувалося на задачі гіперзвукового осьового обтікання конуса газовим струменем, а отримані результати чисельного моделювання порівнювалися з експериментальними вимірюваннями та розрахунками ПММК. За допомогою МПЧ було проведено чисельне дослідження вісесиметричного обтікання конуса гіперзвуковим азотним струменем, що витікає у вакуум за умов експерименту [25]. Режим перебігу в полі течії гіперзвукового струменя змінювалися від майже континуального до вільномолекулярного. Умови експерименту відповідали: числу Маха на зрізі сопла  $M_a = 5$ ; температурі та тиску в камері згоряння  $T_0 = 700$  К і  $P_0 = 6330$  Па; масовим витратам через сопло  $\dot{m} = 6,8 \cdot 10^{-5}$  кг/м<sup>2</sup>. Кут піврозхилу сопла становив  $20^\circ$ , а діаметр вихідного отвору дорівнював 31,8 мм.

Температура на виході з сопла визначалась за ізентропічними формулами:  $T_a = T_0 (1 + (\gamma - 1) M_a^2 / 2)^{-1} = 166$  К. Густина на зрізі сопла розраховувалась через масові витрати  $\dot{m}$ :  $\rho_a = \dot{m} / M_a \sqrt{\gamma R T_a}$ , де  $R$  – газова стала,  $\gamma$  – показник адіабати, і становила  $\rho_a = 0,78 \cdot 10^{-4}$  кг/м<sup>3</sup>. Температура поверхні обтічного тіла  $T_w = 300$  К.

Схему вісесиметричного обтікання конуса [26] та розташування датчиків P1 і P2 вимірювання статичного тиску на його поверхні наведено на рис. 1, де датчики P1 та P2 були розташовані відповідно на відстані  $l = 10$  мм і  $l = 20$  мм від вершини конуса.

Вимірювання тиску відбувалося при осьовому обтіканні конуса на різних його віддаленнях від вихідного отвору сопла. Розглянуті відстані відповідали числам Кнудсена незбуреного потоку  $Kn > 0,01$ , тобто конус було розташовано поза щільним ядром струминного потоку.

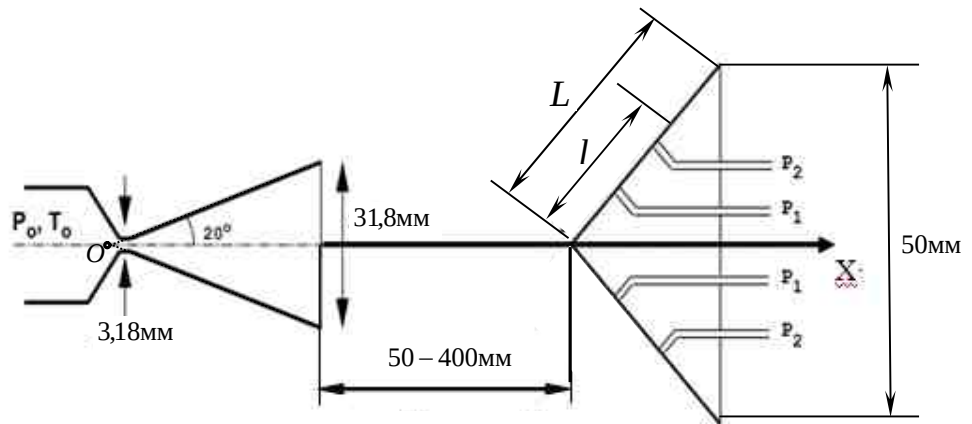


Рис. 1 – Схема розташування датчиків P1 і P2 вимірювання статичного тиску на поверхні конуса при його вісесиметричному струминному обтіканні [26]

Розрахункова область (РО) задавалась у вигляді прямокутного паралелепіпеда, що прилягає лівою гранню до зрізу сопла і охоплює обтічне тіло та зони збурення газодинамічних параметрів у його околиці (рис. 2). РО розбивалася паралельно її граням рівномірною сіткою з кроком 1 мм. Характерний розмір числа Кнудсена дорівнював діаметру вихідного отвору. Зіткнення мо-

лекул відбувалося відповідно до закону твердих пружних сфер, а відбиття від поверхні перешкоди – за дифузною схемою. Для досягнення збіжності результатів достатньо було трьох ітерацій. Максимальний час однієї ітерації не перевищував 10 хвилин при обсязі вибірки  $1,5 \cdot 10^6$  іспитів (кількості розіграшів траєкторій частинок).

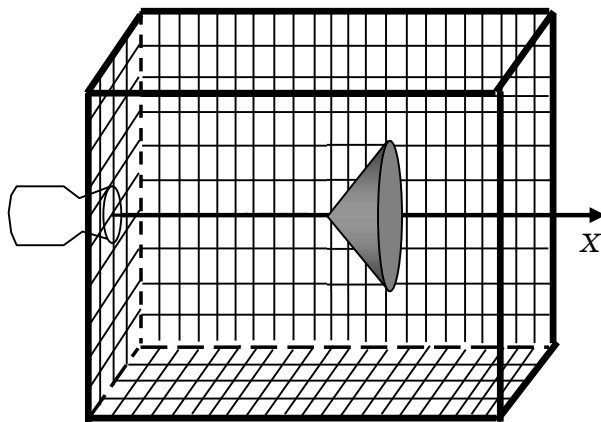
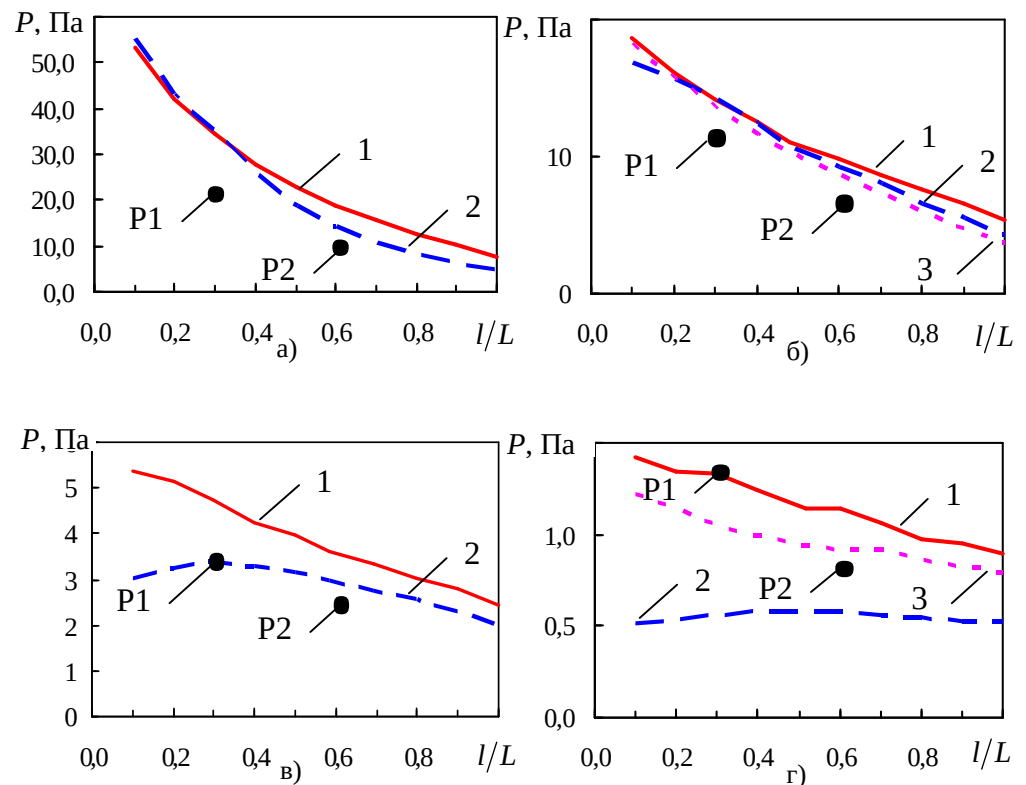


Рис. 2 – Розрахункова область МПЧ

В МПЧ розподіл модуля і напрямку масової швидкості по поверхні розіграшу координат старту молекул має вирішальний вплив на моделювання їх траєкторій і, як наслідок, на якість отриманих результатів. Оскільки розрахунок газодинамічних параметрів на початковій поверхні (що є умовною межею континуальної зони течії струменя) є окремою задачею континуальної аеродинаміки, то на початковому етапі тестування струминного алгоритму МПЧ розрахунки проводилися без залучення розв'язання рівнянь Нав'є–Стокса. Старт молекул починався зі зрізу сопла, а розподіл газодинамічних параметрів по вихідному отвору вважався рівномірним. Масова швидкість потоку була спрямована по радіус-вектору з вершини конусної поверхні, утвореної твірною сопла, до точки старту молекули (точка  $O$  на рис. 1). Такий напрямок масової швидкості є наближеним до реального і дозволяє врахувати кут піврозхилу сопла.

У статті [25] для умов експерименту [26] наведено дані вимірювання статичного тиску на поверхні конуса і результати чисельних досліджень методом ПММК для дифузної та дзеркальної схем взаємодії струменя з поверхнею. Відповідно [26] число Кнудсена поблизу сопла належало діапазону  $10^{-3} < Kn_a < 10^{-2}$ , а довжина щільної зони становила декілька радіусів вихідного отвору. Тому при розрахунках з деяким припущенням вважалося, що струмінь розріджений, щільна зона майже відсутня, а координати старту розігрувалися з вихідного отвору в полярній системі координат (рівномірно за радіальним та полярним напрямками).

На рис. 3 показано порівняння графіків розподілу статистичного тиску вздовж знерозміреної твірної конуса  $l/L$  (де  $L$  – довжина твірної конуса, дивись рис. 1), отриманих за допомогою МПЧ (крива 1) та ПММК [25] (крива 2), з експериментальними даними P1 і P2 [26] при вісесиметричному обтіканні конуса, розташованого на відстанях  $X = 50, 100, 200$  і  $400$  мм від зрізу сопла. Результати показань датчиків P1 і P2 статистичного тиску надалі на всіх рисунках позначаються темними кружечками. Чисельні розрахунки обома методами на рис. 3 показано для дифузної моделі взаємодії газу з конусною поверхнею при умові повної теплової акомодатії. Тиск струменя на поверхню визначався через сумарний нормальний імпульс, що передавався поверхні від падаючих та відбитих молекул на одиницю площі в одиницю часу. Для двох випадків  $X = 100$  мм та  $X = 400$  мм на рис. 3, б) і 3, г) наведено результати іншого автора [27] (крива 3), що отримані також методом ПММК при аналогічних умовах розрахунку.



а) – конус на відстані 50 мм від зрізу сопла; б) – конус на відстані 100 мм від зрізу сопла; в) – конус на відстані 200 мм від зрізу сопла; г) – конус на відстані 400 мм від зрізу сопла (позначення кривих: 1 – МПЧ; 2 – ПММК [25]; 3 – ПММК [27])

Рис. 3 – Розподіл статистичного тиску  $P$  вздовж знерозміреної твірної конуса

При порівнянні розрахункових розподілів статистичного тиску  $P$  вздовж твірної конуса встановлено, що на відстанях конуса 50 мм та 100 мм від отвору сопла результати МПЧ ідентичні даним [25] і [27] ПММК (рис. 3 а), б)). При розташуванні конуса в дальньому полі струменю (на відстані 200 мм та 400 мм) криві ПММК лежать трохи ближче до експериментальних вимірювань, ніж МПЧ, хоч спостерігається деяка розбіжність між розрахунковими значеннями [25] і [27] (рис. 3 в), г)).

Залежність логарифму ударного тиску  $\lg P$  від координати  $X$  конуса при його русі вздовж осі струменя наведено на рис. 4, де вказані експериментальні виміри датчиків P1 і P2 і розрахункові криві МПЧ і ПММК обох авторів [25] і [27]. Позначення розрахункових кривих аналогічні рис. 3. Порівняння результатів розрахунку статистичного тиску з експериментальними вимірами датчиків P1 і P2 при русі конуса вздовж осі струменя показує задовільну відповідність розрахункових кривих різних методів між собою та даними експерименту (рис. 4).

Слід зауважити, що у порівнянні з даними експерименту результати МПЧ на рис. 3 та 4 для всіх відстаней конуса від зрізу сопла мають завищені значення. Це пояснюється тим, що при розрахунках МПЧ напрямок масової швидкості молекул було обмежено утворюючою сопла, а напрямки хаотичних швидкостей частинок розігрувалися за сферичним законом із найбільш вірогідним напрямком, що відповідає напрямку масової швидкості. Як наслідок цього, кількість бокових траєкторій молекул, що виходять за межі конусності сопла, була недостатньою, а кількість молекул у приосьовій зоні – надто високою. Тому статичний тиск на поверхню конуса при його осьовому розташуванні мав завищене значення. В реальності при витoku струменя в вакуум може спостерігатися розворот струменя на кут, що перевищує  $90^\circ$ .

Наочно відмінності результатів МПЧ і [25] можна спостерігати на розподілі статистичного тиску  $\lg P$  навколо конуса. На рис. 5 показано поле  $\lg P$  при розташуванні конуса у ближньому полі течії струменя при  $X=100$  мм. Нижня півплощина відповідає ПММК [25], верхня – чисельним розрахункам

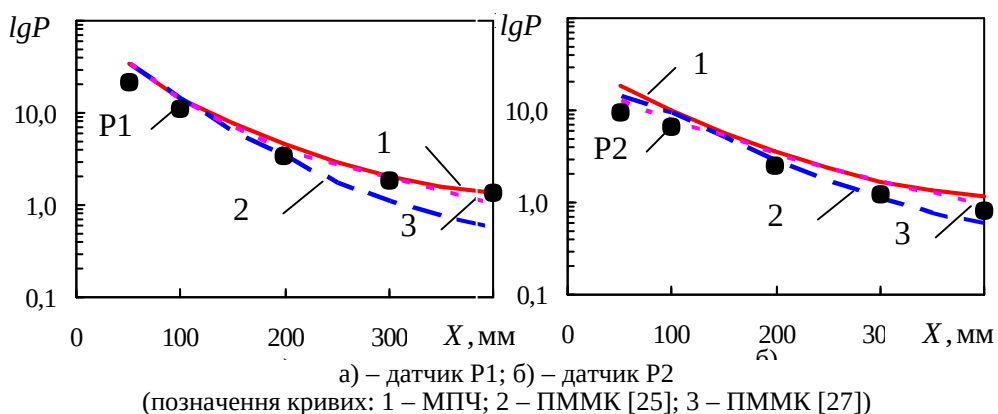


Рис. 4 – Порівняння результатів розрахунку логарифму статистичного тиску  $\lg P$  з експериментальними вимірами датчиків P1 і P2 для різних відстаней  $X$  конуса від отвору сопла

МПЧ. Палітру значень  $\lg P$  наведено поруч. Визначення тиску у верхній площині здійснювалося за ізентропічними формулами  $P = P_0 \cdot (\rho/\rho_0)^\gamma$  через розрахункову густину МПЧ  $\rho$  і параметри гальмування:  $\rho_0 = P_0/RT_0$ , де  $\rho_0$ ,  $P_0$ ,  $T_0$  – густина, тиск та температура гальмування відповідно. Найбільші відмінності у розрахунках вказаними методами присутні в зоні над соплом і зоні ударної хвилі безпосередньо перед обтічним тілом. Розбіжності отриманих результатів, що спостерігаються при порівнянні розрахункових ізоліній, пояснюються, по-перше, відмінностями алгоритмів розглянутих методів, а, по-друге, – допущеннями МПЧ у розподілі початкових параметрів на зрізі сопла.



Слід зазначити, що МПЧ у порівнянні з ПММК має певні переваги у вимогах до обчислювальних ресурсів. Час рахунку МПЧ залежить від декількох факторів: наявних режимів модельованої струминної течії, кількості статистичних розіграшів траєкторій частинок, кількості комірок після розбиття розрахункової області, деталізації геометричної форми обтічного тіла. На від-

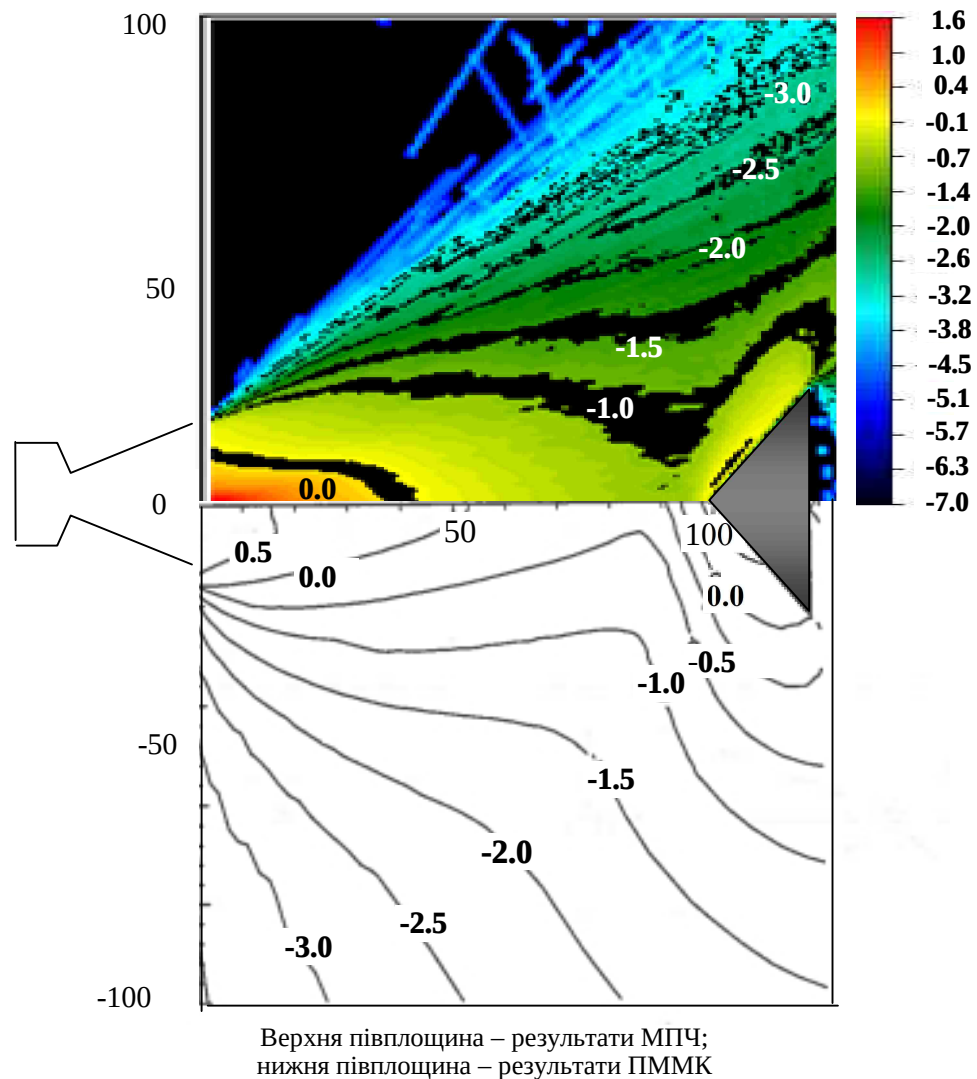


Рис. 5 – Розподіл тиску  $\lg P$  навколо конуса при його осьовому розташуванні на відстані 100 мм від отвору сопла

міну від ПММК для проведення  $10^6$  розіграшів траєкторій на розрахунковій сітці з  $6 \cdot 10^6$  комірок обтікання конуса у вищевказаних режимах на ПЕОМ з чотириядерним процесором Q8400 частотою 2,66 GHz і пам'яттю 4 GBytes МПЧ потребує 8 хвилин розрахункового часу.

На жаль, конкретний обсяг часу розрахунків ПММК у наявних літературних джерелах не вказаний, але у [14] зазначається, що цей метод потребує паралелізації свого струминного алгоритму через “неприйнятно великий час моделювання”, а у [8] акцентується, що при розрахунку аеродинамічного коефіцієнта КА складної форми на низькій навколосонній орбіті процесорний

час і фізична пам'ять МПЧ відповідно на 3–4 і 1–2 порядки менші у порівнянні з МППК (мова йде про алгоритми обох методів для однорідного потоку).

**Висновки.** Аналіз літературних джерел показав, що у порівнянні з ПММК та іншими методами, статистичний метод стеження за траєкторіями не є розповсюдженим в світі. Протягом останніх десятиріч МПЧ активно розвивався для розрахунку однорідних газових потоків, а на сьогодні йде робота над його реалізацією для чисельного моделювання струминних течій. Наукова новизна роботи полягає у адаптації МПЧ до чисельного розрахунку досить розріджених струминних потоків і верифікації розробленого алгоритму шляхом порівняння отриманих за його допомогою результатів з наявними даними. Програмна реалізація розробленого алгоритму дозволила отримати і проаналізувати результати чисельного моделювання по визначенню питомого силового навантаження на поверхню конуса, що знаходиться в полі течії розрідженого гіперзвукового струменя, а також розподілу статичного тиску перед ним. Встановлено задовільну відповідність результатів МПЧ як експериментальним вимірюванням, так і даним чисельного моделювання ПММК. Добре узгодження отриманих результатів дозволяє впевнитися у можливості застосування МПЧ для обчислення характеристик газових струменів. Використання МПЧ допоможе у вирішенні багатьох фундаментальних і прикладних задач струминної газової динаміки, значно підвищити обчислювальну ефективність (скоротити розрахунковий час) у порівнянні з ПММК і стане важливою вітчизняною розробкою в сфері аеродинамічних розрахунків.

Зроблено висновок, що для чисельного моделювання у широкому діапазоні режимів струминної течії алгоритм МПЧ потребує подальшого вдосконалення. При наявності щільного ядра струменя потрібний попередній розрахунок течії всередині сопла з виходом на початкову поверхню, що є умовною межею континуальної зони. Це відкриє можливість провести розіграш координат старту молекул пропорційно розподілу потоків маси газу через початкову поверхню та надасть на ній більш коректні значення вектора масової швидкості. Такий підхід дозволить отримати уточнені траєкторії молекул у всьому полі течії і, як наслідок, більш уточнені значення газодинамічних параметрів в полі струменя і розподілених навантажень на поверхню перешкоди.

1. Басс В. П. Газодинамические аспекты формирования собственной внешней атмосферы космических аппаратов, движущихся в верхних слоях атмосферы. Наблюдения искусственных спутников Земли. Публикация научных результатов сотрудничества Интеркосмос. 1986. Вып. 24. С. 158–179.
2. Davis D. H. Monte Carlo Calculation of Molecular Flow Rates through a Cylindrical Elbow and Pipes of Other Shapes. *J. Appl. Phys.* 1960. 31, iss. 7. P. 169–1176. <https://doi.org/10.1063/1.1735797>
3. Fan C., Gee C., Fong M. C. Monte Carlo Simulation for Backscatter of Outgassing Molecules from Simple Spacecraft Surfaces. *J. Spacecr. Rocket.* 1994. V. 31, N 4. P. 649. <https://doi.org/10.2514/3.26491>
4. Tuer T. W., Springer G. S. A Test Particle Monte Carlo Method. *Computers & Fluids*. Pergamon Press. 1973. V. 1, Iss. 4. P. 399–417. [https://doi.org/10.1016/0045-7930\(73\)90006-6](https://doi.org/10.1016/0045-7930(73)90006-6)
5. Plotnikov M., Shkarupa E. Construction of an upper error bound and optimization of the test particle method. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling.* 2008. V. 23, N 3. P. 251–264. <https://doi.org/10.1515/RJNAMM.2008.016>
6. Xu-Hong J., Fei H., Xiao-Li Ch., Qiang W., Bing W. Numerical Analysis of Flows Past Two Parallel Flat Plates in the Free-Molecular Regime. *International Journal of Modern Physics B.* 2020. V. 34, Iss. 14. 6 p. <https://doi.org/10.1142/S0217979220401207>
7. Xu-Hong J., Fei H. Zhi Ch., Xiao-Li Ch. Test Particle Monte Carlo Simulation of Return Flux on Various Geometric Surfaces Due to Ambient Scatter of Outgassing Molecules. *Procedia Engineering: APISAT.* 2015. V. 99. P. 1465–1470. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.686>
8. Liu B., Ma Y., Guo D., He P. 3-D Pressure Distribution in Molecular Gas Flow Vacuum System: A Simulation Study in Event-Triggering Test Particle Monte Carlo Method. *Journal of Vacuum Science and Technology.* 2018. V. 38, Iss. 5. P. 363–368. <https://doi.org/10.13922/j.cnki.cjovst.2018.05.03>

9. Xu-Hong J., Fei H., Xiao-Li Ch., Qiang W. and Bing W. Monte Carlo Simulation for Aerodynamic Coefficients of Satellites in Low-Earth Orbit. *Acta Astronautica*. 2019. V. 160. P. 222–229. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.04.012>
10. Sheridan P. L., Paul S. N., Avendaño-Franco G., Mehta P. M. Updates and Improvements to the Satellite Drag Coefficient Response Surface Modeling Toolkit. *Advances in Space Research*. 2022. V. 69, Iss. 10. P. 3828–3846. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.02.044>
11. Luo X., Day Chr. Investigation of a new Monte Carlo method for the transitional gas flow. *AIP Conference Proceedings: 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, Pacific Grove, Calif., July 10–15, 2011. V. 1333, Iss. 1. P. 272–276. <https://doi.org/10.1063/1.3562660>
12. Печериця Л. Л., Палий А. С. Применение метода пробных частиц к аэродинамическому расчету КА. *Техническая механика*. 2017. № 3. С. 53–63. <https://doi.org/10.15407/itm2017.03.053>
13. Bird G. A. *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*. Oxford: Oxford University Press, 1994. 458 p. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198561958.001.0001>
14. Гришин И. А., Захаров В. В., Лукьянов Г. А. Параллелизация по данным прямого моделирования Монте-Карло в молекулярной газовой динамике. Препринт. Ин-т Высокопроизводительных Вычислений и Баз Данных. С.-Петербург. 1998. № 3. 32 с.
15. Charton V., Awad A., Labaune J. Optimisation of a Hybrid NS-DSMC Methodology for Continuous-Rarefied Jet Flows. *Acta Astronautica*. 2022. V. 195. P. 295–308. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.03.012>
16. Shen Y., Zhang J., Xu X., Liu J., Zhang Z., Jiao Y. Investigation on the Opposing Jet in the Hypersonic Rarefied Flow over a Vehicle Based on the DSMC Method. *Actuators*. 2022. V. 11, № 6. P. 164. <https://doi.org/10.3390/act11060164>
17. Wang H., Lai B., Qu Z., Ming P. Moving Impingement Heat Transfer in a Three-Dimensional Rarefied Hydrogen Gas Jet Based on the Direct Simulation Monte Carlo Method Coupled with the Finite Difference Method. *Int. J. Heat Mass Transf.* 2022. V. 188. 122586. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122586>
18. White C., Borg M. K., Scanlon T. J., Longshaw S. M., John B., Emerson D. R., Reese J. M. DSMS Foam+: An OpenFOAM based direct simulation Monte Carlo solver. *Computer Physics Communications*. 2018. V. 224. P. 22–43. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2017.09.030>
19. Tuer T. W. A Test Particle Monte Carlo Method with Application to the Free Jet Expansion Problem. Ph. D of Philosophy (Mechanical Engineering) Thesis. The University of Michigan. 1973. V. 1. P. 393–417. [https://doi.org/10.1016/0045-7930\(73\)90006-6](https://doi.org/10.1016/0045-7930(73)90006-6)
20. He B., Zhang J., Cai G. Research on Vacuum Plume and its Effects. *Chin. J. Aeronaut.* 2013. V. 26. P. 27–36. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2012.12.016>
21. Bi H., Zhang Y., He Z., Zuo G. A Coupled NS-DSMC Method Applied to Supersonic Molecular Beam and Experimental Validation. *Vacuum*. 2023. V. 214 (12–13). P. 112228. <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2023.112228>
22. Kumar V., Bhandarkar U. V., Singh R. K., Sharma A. Cartesian Grid-Based Hybrid NS-DSMC Methodology for Continuum-Rarefied Gas Flows around Complex Geometries, Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals. *An International Journal of Computation and Methodology*. 2023. V. 85. Iss. 7. P. 1–23. <https://doi.org/10.1080/10407790.2023.2257385>
23. Печериця Л. Л., Сміла Т. Г. Застосування статистичного методу пробних частинок для моделювання розріджених струминних течій у вакуумі. *Космічна наука і технологія*. 2023. Вып. 29, № 4 (143). С. 12–23. <https://doi.org/10.15407/knit2023.04.012>
24. Сміла Т. Г., Печериця Л. Л. Застосування числових методів газодинамічних розрахунків в задачах обтікання перешкод розрідженим струминним потоком. *Технічна механіка*. 2022. № 2. С. 71–86. <https://doi.org/10.15407/itm2022.02.071>
25. Boyd I. D., Penko P. F., Cone D. L., Howell T. G. Preliminary Experimental and Numerical Studies of Plume Impingement on a 100 Degree. *AIAA Paper 94-3142*, 30th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. Indianapolis, June 27–29, 1994. P. 1–10.
26. Boyd I. D., Penko P. F., Meissner D. L., De Witt K. J. Experimental and Numerical Investigations of Low-Density Nozzle and Plume Flows of Nitrogen. *AIAA Journal*. 1992. V. 30, Iss. 10. P. 2453–2461. <https://doi.org/10.2514/3.11247>
27. Kannenberg K. C. *Computational Methods for the Direct Simulation Monte Carlo Technique with Application to Plume*. PhD Dissertation. Cornell University, 1998. 154 p.

Отримано 22.08.2024,  
в остаточному варіанті 24.09.2024