УДК 629.78.067:620.196:523

Л. Л. ПЕЧЕРИЦА, Т. Г. СМЕЛАЯ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ОБТЕКАНИЯ ПРОТЯЖЕННОГО СОСТАВНОГО ТЕЛА МЕТОДОМ ПРОБНЫХ ЧАСТИЦ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СЕТОК

Данная статья является продолжением работ по развитию метода пробных частиц (МПЧ). Показаны преимущества двухуровневой иерархической неравномерной сетки (ДИНС) над равномерной расчетной сеткой (РРС) при наличии обширных зон с низкой плотностью. Для этого рассмотрено гиперзвуковое обтекание протяженного составного осесимметричного тела под нулевым углом атаки для условий опубликованного ранее эксперимента. Полученные изолинии безразмерной плотности соответствуют имеющимся экспериментальным данным и результатам расчетов МПЧ на равномерной сетке.

Переход от равномерной сетки к ДИНС дает возможность существенно сократить общее количество расчетных ячеек, сохраняя при этом их размеры в зонах с малыми длинами свободного пробега молекул, и тем самым экономить машинные ресурсы без снижения точности получаемых результатов. Использование ДИНС позволяет получить аналогичное РРС качество результатов (распределения газодинамических параметров и значения коэффициента лобового сопротивления) при уменьшении количества ячеек в 50 раз и сокращении расчетного времени в 5 раз.

Дана стаття є продовженням робіт з розвитку методу пробних часток (МПЧ). Показано переваги дворівневої ієрархічної нерівномірної сітки (ДІНС) над рівномірною розрахунковою сіткою (РРС) при наявності великих зон з низькою щільністю. Для цього розглянуте гіперзвукове обтікання протяжного складеного осесиметричного тіла під нульовим кутом атаки для умов опублікованого раніше експерименту. Отримані ізолінії безрозмірної щільності відповідають наявним експериментальним даним і результатам розрахунків МПЧ на рівномірній сітці.

Перехід від рівномірної сітки до ДІНС дає можливість істотно скоротити загальну кількість розрахункових чарунок, зберігаючи при цьому їхні розміри в зонах з малими довжинами вільного пробігу молекул, і тим самим заощадити машинні ресурси без зниження точності одержуваних результатів. Використання ДІНС дозволяє одержати аналогічну РРС якість результатів (розподілу газодинамічних параметрів і значення коефіцієнта лобового опору) при зменшенні кількості чарунок в 50 разів і скороченні розрахункового часу в 5 разів.

The present paper continues the study on evolution of the test particles method (TPM). The advantages of a hierarchic two-level non-uniform grid over a computational uniform grid (CUG) are presented with provision for extensive zones with a low density. Thus, a hypersonic flow past the axisymmetric extended compound body at 0-deg angle of attack is considered for conditions of the experiment published previously. The resulted isolines of a dimensionless density correspond to the available experimental data and results of the TPM computations using a uniform grid.

In going from the uniform grid to the hierarchic two-level non-uniform grid, a general number of computational meshes are sufficiently reduced saving their dimensions in zones with small lengths of a free molecular path, and in so doing the computer resources are efficient without lowering the accuracy of the results obtained. The hierarchic two-level non-uniform grid gives the CUG analogue quality of the results (distributions of the gas dynamic parameters and values of the coefficients of drag) as the number of meshes increase 50 times and the computational time reduces 5 times.

Ключевые слова: *метод Монте-Карло, метод пробных частиц, иерархические двухуровневые неструктурированные сетки, численное моделирование.*

Метод пробных частиц (МПЧ) [1 – 4] применяется в молекулярной газовой динамике для решения интегрального уравнения Больцмана и относится к статистическим методам Монте-Карло [5 – 6]. Суть метода состоит в последовательном проведении расчетных итераций до получения сходимости результатов. Каждая итерация заключается в моделировании хаотического движения молекул на результирующем поле газодинамических параметров (ГДП) предыдущей итерации. Начальное поле ГДП первой итерации задается моноскоростным и соответствует параметрам набегающего потока.

Для слежения за траекториями разыгрываемых молекул моделируемая область физического пространства разбивается на ячейки с помощью расчетной сетки (РС). Размеры ячеек РС не должны превосходить местную длину свободного пробега молекул. Подробный анализ разных типов РС, широко используемых для численного моделирования различных физических процессов, приведен в [7, 8]. После изучения их особенностей, достоинств и недостатков там же был сделан вывод, что для решения современных задач молекулярной газовой динамики МПЧ предпочтительными являются сетки иерархического типа, имеющие минимальное количество вложений – двухуровневые иерархические неструктурированные сетки (ДИНС). Такие РС позволяют локально сгущать сетку в зонах расчетной области (РО) с большими градиентами расчетных параметров, сохраняя при этом высокоэффективный доступ к соседним ячейкам. Использование ДИНС дает возможность значительно сократить общее количество ячеек РС, сохраняя при этом соответствие между размерами ячеек и длинами свободного пробега молекул. При этом уменьшаются общие временные затраты, существенную часть которых составляет слежение за траекториями молекул. В итоге, ДИНС позволяют экономить машинные ресурсы без снижения точности получаемых результатов, что в свою очередь расширяет диапазон доступных для решения ресурсоемких газодинамических задач обтекания тел сложной геометрической формы для близких к континуальным режимам.

Разработанный ранее алгоритм МПЧ на ДИНС тестировался в широком диапазоне расчетных параметров. В [9] проведено моделирование осесимметричного внешнего обтекания тел простой формы для различных режимов течения. Сравнение интегральных характеристик рассмотренных модельных тел и распределенных газодинамических параметров в их окрестности с имеющимися результатами эксперимента, данными интегрального метода, теории локального взаимодействия и с аналогичными результатами МПЧ на равномерной расчётной сетке (РРС) показало их полное соответствие. Сравнение временных затрат, сеточных характеристик и качества полученных распределенных газодинамических параметров в окрестности обтекаемых преград на ДИНС и РРС позволило продемонстрировать и подтвердить преимущества использования ДИНС [9].

Для тестирования рассмотренного в [9] алгоритма на более сложной задаче обтекания составного тела при наличии обширных зон низкой плотности выбрана задача гиперзвукового обтекания сложного удлиненного осесимметричного тела под нулевым углом атаки для условий экспериментов [10, 11]. Геометрия экспериментальной модели показана на рисунке 1 (размеры указаны в мм). Эксперименты [10, 11] выполнялись специально для создания первичной базы данных и апробации различных расчетных методов в динамике разреженного газа. Были измерены основные аэрогазодинамические характеристики модели: интегральные (аэродинамические силы [11]) и локальные (поля плотности [10]). Эксперимент проводился при числе Маха 20,2; температуре торможения 1100 K и плотности набегающего потока $1{,}73 \cdot 10^{-5}$ кг/м^3 для случая охлаждаемой поверхности тела с температурой 290 K.

Для проведения численного эксперимента геометрия обдуваемой модели аппроксимировалась пятью элементами: сегментом сферы 1, 70-ти градусным усеченным конусом 2, коротким цилиндром 3, диском 4 (закрывающим заднюю часть цилиндра 3) и длинным цилиндром 5 (рисунок 2). Расчеты выполнены для нулевого угла атаки в соответствии с условиями эксперимента

[10] при достаточно большом числе Рейнольдса 29,2. В качестве характерного размера числа Рейнольдса брался диаметр основания конуса, равный 50 мм.

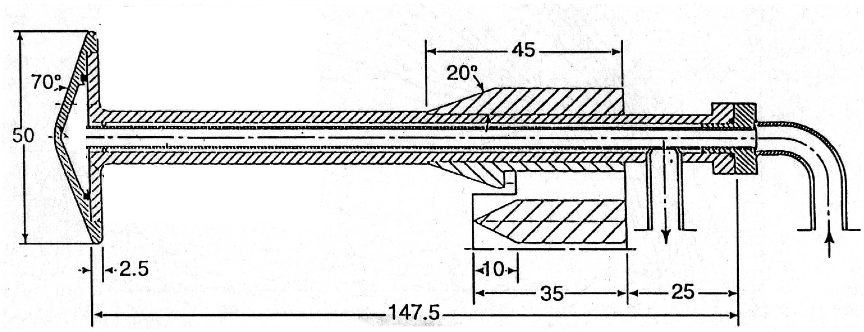


Рис. 1

Расчетная область Ω представляла собой цилиндрический сектор с углом раствора $\Delta\varphi = 5^0$. Размеры РО и положение обтекаемого тела показаны на рисунке 2. Из-за достаточно малых размеров модели и РО задача решалась в безразмерном виде: все линейные размеры были отнесены к 0,01 м. В процессе численного моделирования набегающий поток считался моноскоростным с неравномерным распределением плотности по сечению [10]. Розыгрыш траекторий пробных частиц проводился с передней границы области Ω. При попадании частиц на боковые поверхности области Ω с угловыми координатами $\varphi = 0$ и $\varphi = \Delta\varphi$ происходило зеркальное отражение и возврат частиц в РО. Количество проведенных испытаний составляло 10^5 (количество розыгрышей траекторий с передней грани контрольного объема).

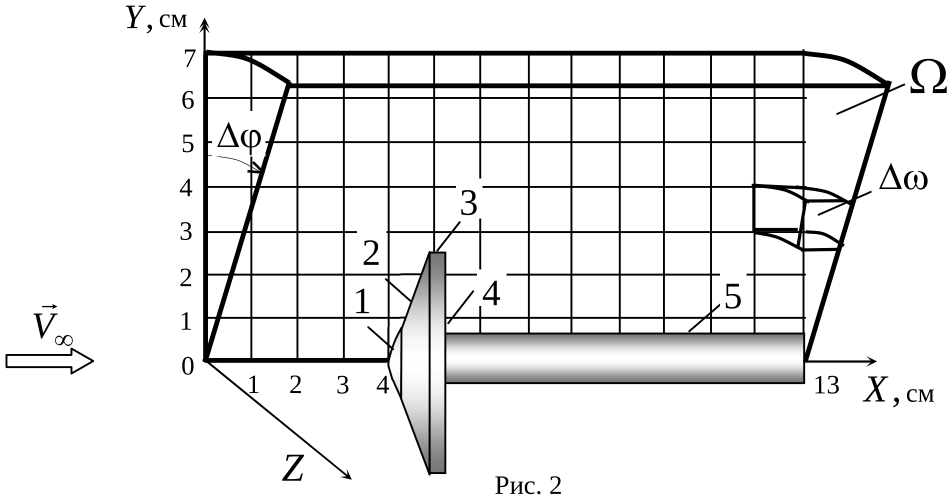
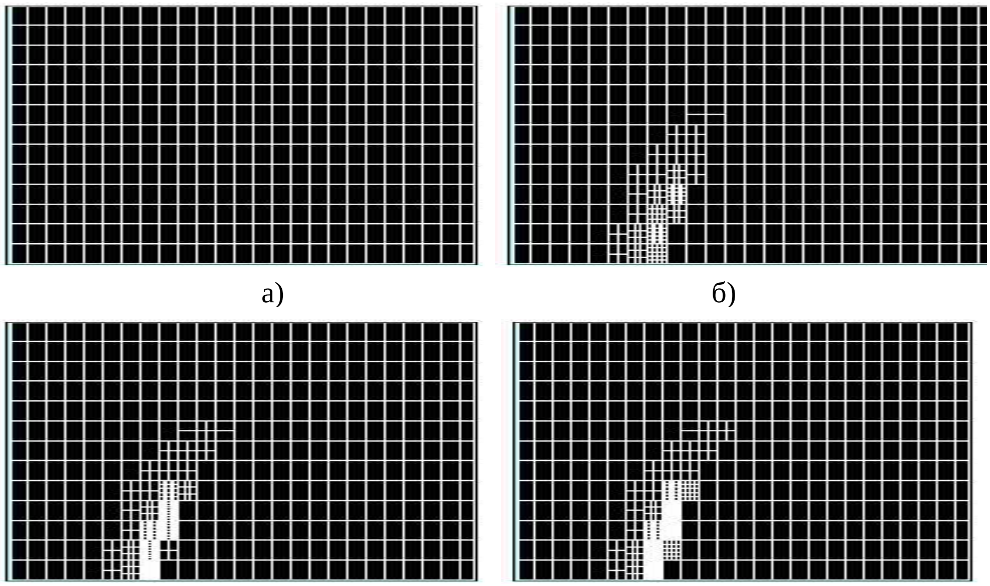


Рис. 2

Для построения неравномерной двухуровневой сетки РО первоначально разбивалась равномерно на 325 ячеек : по оси OX – 25 ячеек, в радиальном направлении – 13 ячеек, как показано на рисунке 3 а). Поэтапный процесс формирования ДИНС в результате проведения трех последовательных итераций демонстрируется соответственно на рисунках 3 б), в), г).

Результирующие поля распределения безразмерной плотности ρ/ρ_∞, полученные в результате проведения трех итераций, приведены на рисунках 4 а) – в). Здесь ρ_∞ – плотность невозмущенного потока в соответствующем слое по оси Y начального сечения расчетной области (при $X = 0$). Рядом указана шкала значений ρ/ρ_∞ .



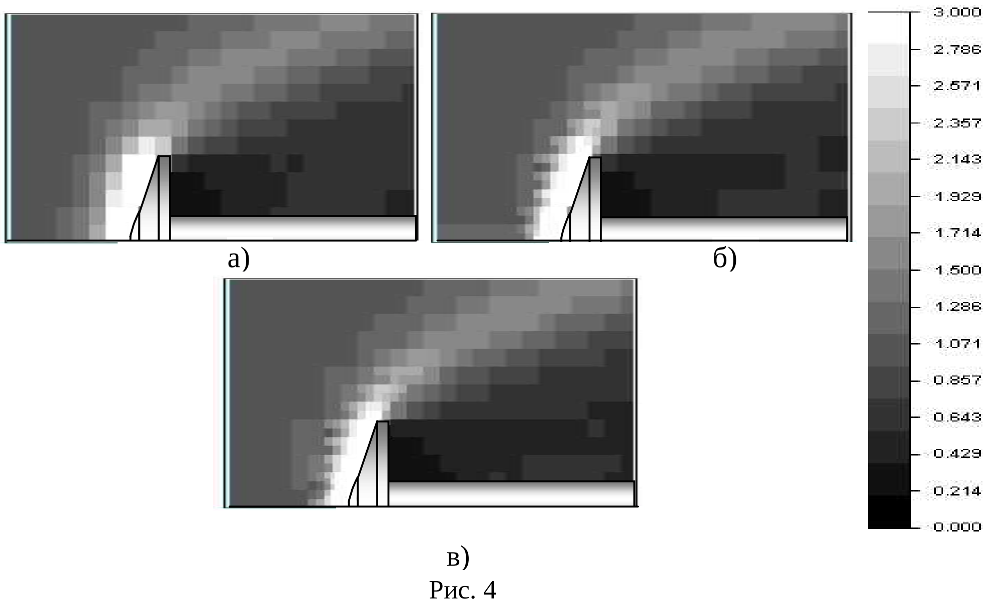
а) б)

в) г)

Рис. 3

Итерационный процесс достигает сходимости на четвертой – пятой итерациях, когда газодинамические параметры и РС практически перестают изменяться. Как и ожидалось, максимальному дроблению подвергаются корневые ячейки, расположенные непосредственно перед телом за скачком уплотнения. Ячейки в теневой зоне за телом, являющейся достаточно протяженной и занимающей более половины продольного размера РО, не дробятся. Суммарное количество ячеек на четвертой итерации возрастает до 849.

Выбор начальной равномерной РС с крупными ячейками позволяет проследить процесс поэтапного формирования ДИНС, но при этом не обеспечивает необходимое качество полей распределения ГДП в окрестности обте-



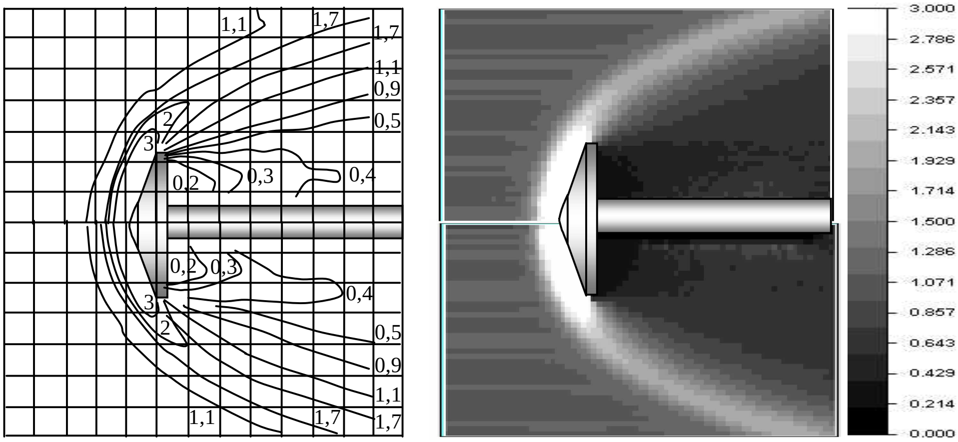
а) б)

в)

Рис. 4

каемой преграды. Гладкие поля параметров можно получить за счет выбора начальной сетки с более мелкими ячейками. Кроме того, для таких сеток сходимость может быть получена быстрее. Так, при расчетах на начальной равномерной сетке, состоящей из 3276 ячеек (по оси OX – 78 ячеек, в радиальном направлении – 42 ячейки), сходимость результатов достигается уже на второй – третьей итерациях. После 3-й итерации дроблению подвергаются только несколько приближенных к точке торможения осевых ячеек, а поля параметров уточняются только за телом. Сравнение расчетного распределения плотности ρ/ρ_∞ с изолиниями безразмерной плотности ρ/ρ'_∞, полученными в результате обработки данных эксперимента [10], показано соответственно в нижней и верхней полуплоскостях рисунка 5 а). Обезразмеривающий параметр ρ'_∞ – экспериментально определенная в [10] локальная плотность невозмущенного потока. Идентичность расчетных и экспериментальных данных подтверждает высокое качество расчетного алгоритма.

При расчетах на ДИНС количество дроблений корневых ячеек по осям ограничивалось (≤ 10). По мере проведения итераций суммарное количество ячеек на крупной начальной сетке возрастает почти в 3 раза, а на мелкой сетке растет незначительно (в 1,2 раза). Время счета каждой итерации на начальной сетке с крупными ячейками ≈ 3,5 минуты. Переход к расчету на более мелкой начальной сетке увеличивает время счета каждой итерации до 6 – 7 минут. Расчеты на РРС из 3276 ячеек занимают ≈ 6 мин на каждой итерации. Сравнение полей ρ/ρ_∞, полученных на ДИНС и на РРС с одинаковым количеством ячеек РС (3276 ячеек), показано соответственно в нижней и верхней полуплоскостях рисунка 5 б).



а) б)

Рис. 5

Для корректного сопоставления результатов расчетов на ДИНС с начальным разбиением 3276 ячеек с данными на РРС, размеры ячеек которой соизмеримы с размерами ячеек ДИНС в зоне уплотнения, была выбрана РРС из $1{,}6 \cdot 10^5$ ячеек (в 50 раз больше конечного количества ячеек ДИНС). Расчетное время на РРС превысило 33 минуты (в 5 раз больше, чем для ДИНС).

Сходимость результатов расчета коэффициента лобового сопротивления для рассмотренных вариантов РС показана на рисунке 6, где кривые 1, 2, 3 соответствуют расчетам на РРС и на ДИНС с крупными и мелкими корневыми ячейками. Значения C_x при расчетах на неравномерной сетке с мелкими ячейками лучше сходятся и находятся ближе к результатам эксперимента [11] (C_x=1,66) и данным, полученным методом Берда [11, 12] (C_x=1,69). Отклонение расчетных значений C_x от соответствующих значений [11, 12] связано с различиями в условиях численного и лабораторного моделирований, в частности с неравномерностью набегающего потока, а также с возможным влиянием державки на силовые измерения.

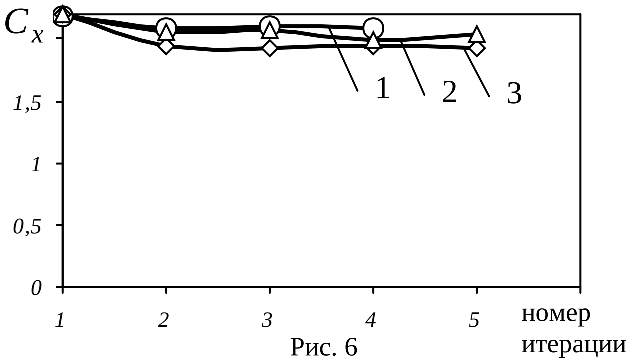


Рис. 6

Выводы. С помощью МПЧ на ДИНС проведены численные исследования гиперзвукового обтекания для условий опубликованного ранее эксперимента. Анализ изолиний безразмерной плотности показывает хорошее соответствие имеющимся экспериментальным данным, а также результатам расчетов МПЧ на равномерной сетке с ячейками, соизмеримыми с минимальными размерами ячеек ДИНС. Двухуровневые неравномерные сетки обладают определенными преимуществами перед равномерной сеткой, особенно при наличии обширных застойных зон и зон с низкой плотностью. Это наглядно продемонстрировано на примере обтекания протяженного составного осесимметричного тела под нулевым углом атаки. При использовании ДИНС количество ячеек РС уменьшается в 50 раз, а расчетное время – в 5 раз.

1. *Власов В. И.* Консервативный вариант метода пробных молекул (Монте-Карло) / *В. И. Власов* // Труды VIII Всесоюзной конф. по динамике разр. газов (Численные и аналитические методы в динамике разреженных газов). – М., 1986. – С. 81 – 85.
2. *Басс В. П.* Численное моделирование стационарного осесимметричного обтекания затупленного конуса в переходном режиме обтекания / *В. П. Басс, Л. Л. Печерица* // Вісник Дніпропетровського університету. Механіка. – 2005. – Т. 1, Вип. 9. – С. 57 – 66.
3. *Басс В. П.* Об одном алгоритме реализации метода Монте-Карло для решения задач динамики разреженного газа / *В. П. Басс, Л. Л. Печерица* // Техническая механика. – 2006. – № 1. – С. 67 – 79.
4. *Басс В. П.* Численное решение трехмерных задач динамики разреженного газа / *В. П. Басс, Л. Л. Печерица* // Техническая механика. – 2010. – № 2. – С. 38 – 51.
5. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) / *Н. П. Бусленко, Л. И. Голенко, И. Н. Соболь и др.* – М. : ГИФМЛ, 1962. – 334 с.
6. *Соболь И. М.* Численные методы Монте-Карло / *И. М. Соболь.* – М. : Наука, 1973. – 312 с.
7. *Смелая Т. Г.* Выбор расчетной сетки при моделировании течений разреженного газа методом пробных частиц / *Т. Г. Смелая* // Техническая механика. – 2013. – № 1. – С. 45 – 60.
8. *Смелая Т. Г.* Неструктурированные сетки и их применение при численном моделировании методом пробных частиц / *Т. Г. Смелая* // Техническая механика. – 2015. – № 4. – С. 155 – 168.
9. *Печериц Л. Л.* Численное моделирование осесимметричного обтекания тел простой формы с использованием иерархических сеток / *Л. Л. Печерица, Т. Г. Смелая* // Техническая механика. – 2016. – № 1. – С. 155 – 168.

10. *Allegre J.* Experimental Rarefied Density Flowfield at Hypersonic Conditions over 70-Degree Blunted Cone / *J. Allegre, D. Bisch, and J. C. Lengrand* // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1997. – Vol. 34, № 6. – P. 714 – 718.
11. *Allegre J.* Experimental Rarefied Aerodynamic Forces at Hypersonic Conditions over 70-Degree Blunted Cone / *J. Allegre, D. Bisch, and J. C. Lengrand* // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1997. – Vol. 34, № 6. – P. 719 – 723.
12. *Bird G. A.* Molecular gas dynamic and the direct simulations of gas flows / *G. A. Bird*. – Oxford : Clarenton Press, 1994. – 458 p.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 01.03.2016,
в окончательном варианте 07.06.2016