УДК 539.376

**И. А. ДОЯР, В. П. ПОШИВАЛОВ**

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

*Институт технической механики*
*Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,*
*ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: vposhivalov@gmail.com*

В роботі запропоновано метод прогнозування довговічності конструкційних матеріалів при ізотермічній повзучості в умовах складного напруженого стану, який апробований на експериментальних даних на тривалу міцність трубчастих зразків з жароміцного нікелевого сплаву ЭИ 437БУ-ВД при температурі 650 ºС і одночасній дії осьового і дотичного напруження. В якості параметричної моделі довговічності прийняті ступенева, експоненціальна і дрібно-ступенева залежності часу до руйнування від еквівалентного напруження. Розглянуто чотири види залежності для еквівалентного напруження.

На підставі експериментальних даних по тривалій міцності трубчастих зразків з жароміцного нікелевого сплаву ЭИ 437БУ-ВД при температурі 650 ° С з використанням методу найменших квадратів отримані оцінки постійних, що входять в залежності тривалої міцності, для кожного з чотирьох прийнятих виразів для еквівалентних напружень.

Для кожної параметричної моделі довговічності отримано значення двох видів помилок прогнозування. Показано, що для всіх параметричних моделей довговічності мінімальні значення цих помилок досягаються, коли за еквівалентне напруження приймається критерій Мізеса.

Для експоненціальної моделі тривалої міцності і еквівалентного напруження за Мізесом проведено перевірку гіпотези про нормальний розподіл випадкової величини постійної довговічності на підставі значень її вибіркового вектору. Внаслідок малої кількості експериментальних даних для даної перевірки використовується статистичний критерій Шапіро–Уілка.

Отримано графіки функції і щільності розподілу часу до руйнування для трубчастих зразків з жароміцного нікелевого сплаву ЭИ437БУ-ВД при осьовому напруженні 490,5 МПа, дотичному напруженні 245 МПа і температурі 650 ° С, а також прогнозовані значення призначеного ресурсу для різних значень параметрів навантаження при фіксованих рівнях довірчої ймовірності. Показано, що при рівні довірчої ймовірності 0,99 всі експериментальні значення часу до руйнування лежать правіше призначеного ресурсу, на відміну від значень, що відповідають рівням довірчої ймовірності 0,9 і 0,95.

Запропоновано методику ідентифікації констант повзучості матеріалу, яка заснована на статистичній обробці експериментальних кривих повзучості та застосуванні методів теорії ймовірностей і математичної статистики, а також методів оптимізації.

В работе предложен метод прогнозирования долговечности конструкционных материалов при изотермической ползучести в условиях сложного напряженного состояния, который апробирован на экспериментальных данных на длительную прочность трубчатых образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при температуре 650 ºС и одновременном действии осевого и касательного напряжения. В качестве параметрической модели долговечности приняты степенная, экспоненциальная и дробно-степенная зависимости времени до разрушения от эквивалентного напряжения. Рассмотрены четыре вида зависимости для эквивалентного напряжения.

На основании экспериментальных данных по длительной прочности трубчатых образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при температуре 650 °С с использованием метода наименьших квадратов получены оценки постоянных, входящих в зависимости длительной прочности, для каждого из четырех принятых выражений для эквивалентных напряжений.

Для каждой параметрической модели долговечности получены значения двух видов ошибок прогнозирования. Показано, что для всех параметрических моделей долговечности минимальные значения этих ошибок достигаются, когда за эквивалентное напряжение принимается критерий Мизеса.

Для экспоненциальной модели длительной прочности и эквивалентного напряжения по Мизесу проведена проверка гипотезы о нормальном распределении случайной величины постоянной долговечности на основании значений её выборочного вектора. В следствии малого количества экспериментальных данных для данной проверки используется статистический критерий Шапиро–Уилка.

Получены графики функции и плотности распределения времени до разрушения для трубчатых образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при осевом напряжении 490,5 МПа, касательном напряжении 245 МПа и температуре 650 °С, а также прогнозируемые значения назначенного ресурса для различных значений параметров нагружения при фиксированных уровнях доверительной вероятности. Показано, что при уровне доверительной вероятности 0,99 все экспериментальные значения времени до разрушения лежат правее назначенного ресурса, в отличие от значений, соответствующих уровням доверительной вероятности 0,9 и 0,95.

Предложена методика идентификации констант ползучести материала, которая основана на статистической обработке экспериментальных кривых ползучести и применении методов теории вероятностей и математической статистики, а также методов оптимизации.

This paper proposes a method for the prediction of structural material life in isothermal creep under combined stress conditions verified using experimental data on the durability of tubular specimens of EI437BU-VD heat-resistant nickel alloy at 650 ºC under the simultaneous action of an axial and a tangential stress. A power, an exponential, and a fractional power dependence of the time to failure on the equivalent stress were adopted as parametric durability models. Four expressions for the equivalent stress were considered.

Based on experimental data on the durability of tubular specimens of EI437BU-VD heat-resistant nickel alloy at 650 ºC, the constants appearing in the expressions for the durability were estimated for each of the four expressions for the equivalent stress using the least squares method.

For each parametric durability model, two types of prediction error were calculated. It was shown that for each model the errors are minimized if the Mises criterion is taken as the equivalent stress.

For the exponential durability model and the Mises equivalent stress, the normal distribution hypothesis for the random durability was tested using the values of its sample vector. Because of the small amount of experimental data, the Shapiro–Wilk statistical criterion was used in the test.

The paper presents graphs of the distribution function and distribution density of the time to failure for tubular specimens of EI437BU-VD heat-resistant nickel alloy at an axial stress of 490.5 MPa, a tangential stress of 245 MPA, and a temperature of 650 °C and the predicted specified life for different values of the load parameters at a fixed confidence probability. At a confidence probability of 0.99, all the experimental values of the time to failure lie on the right of the specified life, as distinct from the values that correspond to a confidence probability of 0.9 and 0.95.

A technique for material creep constant identification is proposed. The technique is based on statistical treatment of experimental creep curves and uses probability theory, mathematical statistics, and optimization methods.

***Ключевые слова****: длительная прочность, модели долговечности, постоянные ползучести, время до разрушения, эквивалентное напряжение, ошибки прогнозирования.*

В настоящее время для обоснованного назначения срока эксплуатации конструкций, работающих в экстремальных условиях, особую важность представляет вопрос разработки методов прогнозирования долговечности различных классов конструкционных материалов, которые эксплуатируются в условиях высокотемпературной ползучести при сложном напряженном состоянии. При этом необходимо учитывать, что применяемые методы прогнозирования должны быть с одной стороны физически обоснованными, а с другой – достаточно простыми и удобными для их использования в инженерных расчетах. Для сложного напряженного состояния наиболее естественным путём решения данной проблемы считается использование критериального подхода, который базируется на введении эквивалентного напряжения в параметрическую модель длительной прочности материала [1]. Основной трудностью здесь является выбор оптимального эквивалентного напряжения и параметрической модели, описывающей зависимость времени до разрушения материала от выбранного эквивалентного напряжения.

Необходимо отметить, что большинство экспериментальных данных на длительную прочность конструкционных материалов получены в условиях простого одноосного растяжения, что обусловлено достаточно простой схемой проведения экспериментов по сравнению с испытаниями в условиях сложного напряженного состояния, проведение которых сопровождается значительными техническими и экономическими трудностями. Однако для получения достоверных оценок долговечности конструкционных материалов в условиях сложного напряженного состояния необходимо наличие соответствующих экспериментов, количество которых в связи с перечисленными трудностями достаточно ограничено [2 – 7].

В данной работе предложен метод прогнозирования долговечности конструкционных материалов при изотермической ползучести в условиях сложного напряженного состояния, который апробирован на экспериментальных данных на длительную прочность трубчатых образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при температуре 650 ºС и одновременном действии осевого $\sigma$, а также касательного $\tau$ напряжений [8]. Эксперименты проводились на установке УИМТ-1500, которая обеспечивала одновременную передачу на трубчатый образец растягивающей силы $P$ и крутящего момента $M$ . При этом для осевого $\sigma$, касательного $^2$ , а также главных напряжений $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\sigma_3$ имеют место следующие соотношения:

$$\sigma = \frac{2P}{\pi D(D-d)}, \tag{1}$$

$$\tau = \frac{4M}{\pi D^2(D-d)}, \tag{2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}, \tag{3}$$

$$\sigma_2 = 0, \tag{4}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}, \tag{5}$$

где $D$, $d$ – соответственно наружный и внутренний диаметры трубчатого образца.

В качестве параметрической модели долговечности рассмотрим степенную, экспоненциальную и дробно-степенную зависимости времени до разрушения $t_p$ от эквивалентного напряжения $\sigma_e$ [9]:

$$t_p = a\sigma_e^{-n}, \tag{6}$$

$$t_p = a\exp\left(-\frac{\sigma_e}{n}\right), \tag{7}$$

$$t_p = a\left(\frac{\sigma_b - \sigma_e}{\sigma_e}\right)^n, \tag{8}$$

где $a$, $n$ – постоянные материала при фиксированной температуре; $\sigma_b$ – предел кратковременной прочности материала при фиксированной температуре.

Рассмотрим четыре варианта зависимости для эквивалентного напряжения $\sigma_e$ от главных напряжений $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\sigma_3$ [10]:

$$\pm_e = \pm_{e1} = \pm_1, \tag{9}$$

$$\pm_e = \pm_{e2} = \sqrt{\pm_1^2 - \pm_1\pm_3 + \pm_3^2}, \tag{10}$$

$$\pm_e = \pm_{e3} = 0,5(\pm_{e1} + \pm_{e2}), \qquad (11)$$

$$\pm_e = \pm_{e4} = \pm_1 - \pm_3. \qquad (12)$$

Соотношения (6), (8) в логарифмических координатах, а (7) в полулогарифмических имеют вид:

$$\ln t_p = b - n \ln \pm_e, \qquad (13)$$

$$\ln t_p = b - \frac{\pm_e}{n}, \qquad (14)$$

$$\ln t_p = b + n \ln\left(\frac{\pm_b - \pm_e}{\pm_e}\right), \qquad (15)$$

где $b = \ln a$.

На основании экспериментальных данных на длительную прочность трубчатых образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при температуре 650 °С методом наименьших квадратов (МНК) из соотношений (13) – (15) получим оценки $\hat{b}$ и $\hat{n}$ параметров $b, n$ для каждого из четырех эквивалентных напряжений (таблица 1).

Таблица 1 – Значения оценки МНК параметров $b, n$ для параметрических моделей

| Эквивалентное напряжение | Значения оценки МНК параметров $b, n$ для параметрических моделей: | | |
|---|---|---|---|
| | степенная | экспоненциальная | дробно-степенная |
| $\pm_e = \pm_{e1}$ | $\hat{b} = 29{,}29$<br>$\hat{n} = 4{,}03$ | $\hat{b} = 8{,}75$<br>$\hat{n} = 8{,}78 \cdot 10^{-3}$ | $\hat{b} = 4{,}58$<br>$\hat{n} = 2$ |
| $\pm_e = \pm_{e2}$ | $\hat{b} = 71{,}11$<br>$\hat{n} = 10{,}5$ | $\hat{b} = 15{,}26$<br>$\hat{n} = 18{,}69 \cdot 10^{-3}$ | $\hat{b} = 6{,}34$<br>$\hat{n} = 4{,}14$ |
| $\pm_e = \pm_{e3}$ | $\hat{b} = 52{,}96$<br>$\hat{n} = 7{,}73$ | $\hat{b} = 12{,}32$<br>$\hat{n} = 14{,}6 \cdot 10^{-3}$ | $\hat{b} = 5{,}38$<br>$\hat{n} = 3{,}32$ |
| $\pm_e = \pm_{e4}$ | $\hat{b} = 28{,}75$<br>$\hat{n} = 52{,}96$ | $\hat{b} = 13{,}93$<br>$\hat{n} = 15{,}48 \cdot 10^{-3}$ | $\hat{b} = 6{,}34$<br>$\hat{n} = 3{,}07$ |

Для выбора оптимальной параметрической модели и эквивалентного напряжения в работе [11] рассматривается два вида ошибок прогнозирования:

$$S_{jk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{t_{pi}(\sigma_{ek}) - t_i}{t_{pi}(\sigma_{ek}) + t_i} \right)^2, \qquad (16)$$

$$W_{jk} = \sum_{i=1}^{N} \left( \lg\left( \frac{t_{pi}(\sigma_{ek})}{t_i} \right) \right)^2, \qquad (17)$$

где $k = \overline{1,4}$ – порядковый номер рассматриваемого эквивалентного напряжения; $j = \overline{1,3}$ – порядковый номер рассматриваемой параметрической модели; $i = \overline{1,N}$ – номер эксперимента; $N$ – количество проведенных экспериментов; $t_{pi}(\sigma_{ek})$ – прогнозируемое время до разрушения, соответствующее эксперименту с номером $i$, $t_i$ – экспериментальное время до разрушения, соответствующее эксперименту с номером $i$.

В таблице 2 приведены значения ошибок $S_{jk}$, $W_{jk}$ для всех рассматриваемых параметрических моделей и эквивалентных напряжений.

Таблица 2 – Значения ошибок $S_{jk}$, $W_{jk}$ для параметрических моделей (6) – (8) и эквивалентных напряжений (9) – (12)

| Эквивалентное напряжение | Значения ошибок $S_{jk}$, $W_{jk}$ для параметрических моделей: | | |
|---|---|---|---|
| | степенная | экспоненциальная | дробно-степенная |
| $\sigma_{e1}$ | $S_{11} = 0,23$<br>$W_{11} = 12,01$ | $S_{21} = 0,22$<br>$W_{21} = 11,59$ | $S_{31} = 0,22$<br>$W_{31} = 11,59$ |
| $\sigma_{e2}$ | $S_{12} = 0,12$<br>$W_{12} = 4,31$ | $S_{22} = 0,12$<br>$W_{22} = 4,19$ | $S_{32} = 0,12$<br>$W_{32} = 4,2$ |
| $\sigma_{e3}$ | $S_{13} = 0,16$<br>$W_{13} = 7,2$ | $S_{23} = 0,16$<br>$W_{23} = 7,26$ | $S_{33} = 0,16$<br>$W_{33} = 7,29$ |
| $\sigma_{e4}$ | $S_{14} = 0,18$<br>$W_{14} = 6,66$ | $S_{24} = 0,19$<br>$W_{24} = 6,85$ | $S_{34} = 0,19$<br>$W_{34} = 7,17$ |

Как видно из таблицы 2, для каждой из параметрических моделей (6) – (8) значения обеих ошибок $S_{jk}$, $W_{jk}$ достигают своего минимума при $\sigma_e = \sigma_{e2}$, что свидетельствует в пользу выбора данного эквивалентного напряжения. Если же рассматривать в качестве эквивалентного напряжения $\sigma_{e2}$, то из этой таблицы следует, что значения ошибки $S_{jk}$ совпадают для всех параметрических моделей, а значение ошибки $W_{jk}$ достигает своего минимума для экспоненциальной модели (7).

Рассмотрим экспоненциальную модель длительной прочности вида (7), а за эквивалентное напряжение $\pm_e$ принимаем интенсивность напряжений $\sigma_{e2}$ (10).

Как и в случае простого одноосного нагружения [12], будем считать, что параметр $a$ является случайной величиной, а $n$ – детерминированной величиной напряжения $\sigma_{e2}$, которая равна своей МНК-оценке $\hat{n}$. Тогда соотношение для выборочного вектора $\tilde{b}$ определится в виде:

$$\tilde{b} = \left\{ \ln t_{pi} + \frac{\pm_{e2i}}{n},\ i = \overline{1,N} \right\}. \qquad (18)$$

Проверим гипотезу о нормальном распределении случайной величины $b$ на основании значений её выборочного вектора $\tilde{b}$. Поскольку количество проведенных экспериментов $N$ достаточно мало, то для данной проверки воспользуемся статистическим критерием Шапиро–Уилка [13]. Применяя данный критерий на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$, получим значение $p$-уровня – $p = 0{,}964 > \alpha$, что свидетельствует о принятии гипотезы про нормальное распределение случайной величины $b$, которое обозначим $N\left(\mu_b, s_b^2\right)$, где $\mu_b$, $s_b^2$ – математическое ожидание и дисперсия случайной величины $b$ соответственно. Отсюда следует, что случайная величина $a$ будет иметь логнормальное распределение с параметрами $\mu_b$, $s_b^2$, которое обозначим $LogN\left(\mu_b, s_b^2\right)$.

Несмещенные и состоятельные оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины $b$ определятся с помощью соотношений:

$$\hat{\mu}_b = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\tilde{b}_i, \tag{19}$$

$$\hat{s}_b^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\tilde{b}_i - \hat{\mu}_b\right)^2. \tag{20}$$

Функция распределения времени до разрушения примет вид:

$$F_{t_p}(x) = F_b\left(\ln x + \frac{\sigma_e}{n}\right). \tag{21}$$

На рисунках 1, 2 приведены соответственно графики функции и плотности распределения времени до разрушения для трубчатых образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при осевом напряжении $\sigma = 490{,}5$ МПа, касательном напряжении $\tau = 245{,}3$ МПа и температуре $T = 650$ °C.

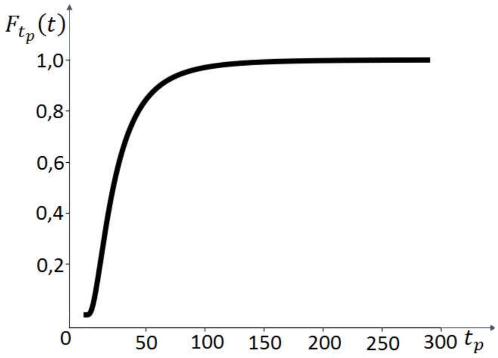


Рис. 1 – График функции распределения $F_{t_p}(t)$ времени до разрушения $t_p$ при осевом напряжении $\sigma = 490{,}5$ МПа, касательном напряжении $\tau = 245{,}3$ МПа и температуре $T = 650$ °C

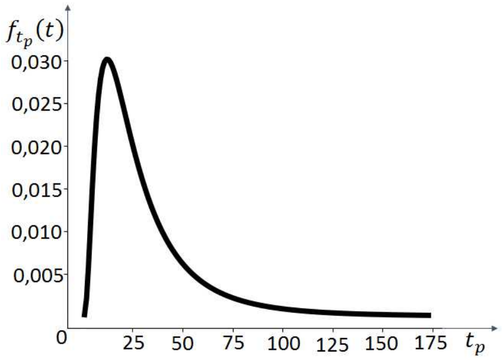


Рис. 2 – График плотности распределения $f_{t_p}(t)$ времени до разрушения $t_p$ при осевом напряжении $\sigma = 490{,}5$ МПа, касательном напряжении $\tau = 245{,}3$ МПа и температуре $T = 650$ °C

На практике, как правило, необходимо определять срок безотказной работы (назначенный ресурс) элемента конструкции $t_*$ с заданной вероятностью $\alpha$.

В данном случае назначенный ресурс $t_*$ определится как решение уравнения относительно $x$ :

$$F_{t_p}(x) = 1 - \alpha . \quad (22)$$

В таблице 3 приведены экспериментальные значения времени до разрушения, а также его прогнозируемые основные вероятностные характеристики для различных экспериментальных значений осевого $\sigma$ и касательного $\tau$ напряжений.

Таблица 3 – Экспериментальные значения времени до разрушения, а также его прогнозируемые основные вероятностные характеристики для различных значений параметров нагружения

| Экспериментальные значения времени до разрушения, час | Напряжение, МПа | | Среднее, час | Среднеквадратическое отклонение, час |
|---|---|---|---|---|
| | осевое $\sigma$ | касательное $\tau$ | | |
| 29,5 | 637,7 | 0 | 37,3 | 12,1 |
| 33,5 | | | | |
| 31 | | | | |
| 28,5 | | | | |
| 58 | | | | |
| 50 | | | | |
| 25 | | | | |
| 17 | | | | |
| 15 | | | | |
| 13 | | | | |
| 15,5 | | | | |
| 709 | 392,4 | 196,2 | 96,8 | 35,3 |
| 65 | | | | |
| 425,5 | | | | |
| 7 | 490,5 | 245,3 | 29,9 | 10,2 |
| 20 | | | | |
| 72 | | | | |
| 28,5 | | | | |

В таблице 4 приведены прогнозируемые значения назначенного ресурса для различных экспериментальных значений осевого $\sigma$ и касательного $\tau$ напряжений, а также трёх уровней доверительной вероятности $\alpha = \{0{,}9;\ 0{,}95;\ 0{,}99\}$.

Таблица 4 – Прогнозируемые значения назначенного ресурса для различных значений параметров нагружения при фиксированных уровнях доверительной вероятности

| Напряжение, МПа | | Доверительная вероятность $\alpha$ | Назначенный ресурс $t_*$, час |
|---|---|---|---|
| осевое $\sigma$ | касательное $\tau$ | | |
| 637,7 | 0 | 0,9 | 21,8 |
| | | 0,95 | 17,4 |
| | | 0,99 | 9,2 |
| 392,4 | 196,2 | 0,9 | 51,5 |
| | | 0,95 | 38,7 |
| | | 0,99 | 14,6 |
| 490,5 | 245,3 | 0,9 | 16,9 |
| | | 0,95 | 13,2 |
| | | 0,99 | 6,2 |

Как следует из таблицы 4, при уровне доверительной вероятности 0,99 все экспериментальные значения времени до разрушения лежат правее назначенного ресурса, в отличие от значений, соответствующих уровням доверительной вероятности 0,9 и 0,95, что свидетельствует о наличие выбросов из расчетного значения ресурса для последних двух уровней. В связи с этим в прикладных расчетах рекомендуется использовать уровень доверительной вероятности 0,99.

**Выводы.** Предложен стохастический метод прогнозирования долговечности конструкционных материалов при изотермической ползучести в условиях сложного напряженного состояния. Рассмотрено несколько различных параметрических моделей длительной прочности и несколько зависимостей эквивалентного напряжения от главных напряжений. На примере экспериментальных данных для трубчатых образцов из жаропрочного никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при температуре $T = 650$ °С показано, что оптимальными оказались экспоненциальная модель длительной прочности и эквивалентное напряжение по Мизесу, на основании которых разработана стохастическая модель, позволяющая по заданным значениям осевого и касательного напряжений определять вероятностное распределение времени до разрушения материала. Предложена методика идентификации констант ползучести материала, которая основана на статистической обработке экспериментальных кривых ползучести и применении методов теории вероятностей и математической статистики, а также методов оптимизации. Рассчитаны основные вероятностные характеристики распределения времени до разрушения материала и показано, что для обоснованного прогнозирования назначенного ресурса элементов конструкций на этапе их проектирования рекомендуется использование уровня доверительной вероятности 0,99.

1. *Локощенко А. М.* Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. М.: МГИУ, 2007. 264 с.
2. *Johnson A. E.* Complex-stress creep of metals. Metallurgical Reviews. 1960. V. 5, № 20. P. 447–506.
(*Джонсон.* Ползучесть металлов при сложном напряжённом состоянии. Механика. Период. сб. перев. иностр. статей. 1962. № 4. С. 91–146.)

3. *Локощенко А. М., Шестериков С. А.* Ползучесть. Итоги науки. Сер. Механика. М.: ВИНИТИ, 1965. С. 177–227.
4. *Шестериков С. А., Локощенко А. М.* Ползучесть и длительная прочность метал лов. Итоги науки и техники. Сер. Механ. деформ. тверд. тела. М.: ВИНИТИ, 1980. Т. 13. С. 3–104.
5. *Браун Р. Дж., Лонсдейл Д., Флюитт П.* Испытания на длительную прочность при многоосном напряжённом состоянии и анализ данных для жаропрочных сталей. Тр. Амер. о-ва инж.-механиков. Теорет. основы инж. расчетов. 1982. Т. 104, № 4. С. 56–65.
6. *Писаренко Г. С., Лебедев А. А.* Деформирование и прочность материалов при сложном напряжённом состоянии. Киев: Наук. думка, 1976. 415 с.
7. *Лебедев А. А., Ковальчук Б. И., Гигиняк Ф. Ф., Ламашевский В. П.* Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / Под общ. ред. *А. А. Лебедева*. Киев: Издат. дом «Ин Юре», 2003. 540 с.
8. *Голубовский Е. Р., Демидов А. Г.* Оценка длительной прочности при сложном напряженном состоянии сплава ЭИ437 БУ-ВД для дисков ГТД. Вестник двигателестроения. Запорожье. ОАО «Мотор-Сич», 2008. С. 106–110.
9. *Локощенко А. М., Назаров В. В., Платонов Д. О., Шестериков С. А.* Анализ критериев длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии. Изв. РАН. Механика твердого тела. 2003. № 2. С. 139–149.
10. *Локощенко А. М.* Эквивалентные напряжения в расчетах длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии (обзор). Известия Саратовского университета. Сер. «Математика. Механика. Информатика» 2009. Том 9. Вып. 4. Ч. 2. С. 128–135.
11. *Локощенко А. М.* К выбору критерия длительной прочности при сложном напряжённом состоянии. Проблемы прочности. 1989. № 9. С. 3–6.
12. *Doyar I., Poshyvalov V.* Development of a stochastic model of failure of structural materials in creep at hardening stage. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies 2016. Vol.3, No5(81). С. 25–31.
13. *Ширяев А. Н.* Вероятность. М.: Наука, 1989. 640 с.

Получено 15.05.2019,
в окончательном варианте 14.06.2019