УДК 533.9 https://doi.org/10.15407/itm2019.04.107

**Д. Н. ЛАЗУЧЕНКОВ, Н. М. ЛАЗУЧЕНКОВ**

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ ПО ВОЛЬТАМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЗОНДА

*Институт технической механики*
*Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,*
*ул. Лешко-Попеля 15, 49005, г. Днепр, Украина; e-mail: lazuch.dn@gmail.com*

Метою роботи є розробка процедури ідентифікації параметрів беззіштовхувальної плазми за вольтамперною характеристикою (ВАХ) циліндричного зонда, що обтікається поперечно, при довільному відношенні площі поверхні зонда до площі поверхні опорного електрода, які збирають струм. З використанням відомих теоретичних і експериментальних залежностей іонного та електронного струмів на циліндр побудовано математичну модель ВАХ (збирання струму) для зондової системи з циліндричними електродами. Модель включає розрахунок рівноважного потенціалу опорного електрода при зміні напруги зсуву зонда. На основі побудованої теоретичної моделі ВАХ циліндричного зонда в надзвуковому потоці низькотемпературної неізотермічної беззіштовхувальної плазми розроблено процедуру ідентифікації кінетичних параметрів плазми з використанням апріорної інформації про властивості плазми і умови експерименту. Процедура заснована на визначенні температури і концентрації заряджених частинок, швидкості потоку і маси іонів плазми, за яких теоретична ВАХ найкращим чином описує ВАХ, що отримано експериментально. Апріорна інформація про властивості плазми і умови експерименту задається у вигляді обмежень на параметри теоретичної ВАХ.

Досліджено чутливість ВАХ циліндричного зонда при малих варіаціях параметрів незбуреної плазми в залежності від відношення поверхонь зонда і циліндричного опорного електрода, які збирають струм. Отримано кількісні характеристики впливу відношення площ на ВАХ циліндричного зонда. Виконано числове моделювання зондових вимірювань в умовах іоносфери. Показано працездатність процедури ідентифікації кінетичних параметрів плазми. Проведено числові дослідження впливу похибок зондових вимірювань на відновлення параметрів плазми. В рамках прийнятих припущень отримані оцінки достовірності відновлення параметрів незбуреної плазми в залежності від точності вимірювання ВАХ. Отримані результати можуть бути використані в діагностиці іоносферної плазми.

***Ключові слова:*** *потік неізотермічної беззіштовхувальної плазми, циліндричний зонд Ленгмюра, опорний електрод, параметрична ідентифікація, апріорна інформація, вірогідність відновлення параметрів плазми.*

Целью работы является разработка процедуры идентификации параметров бесстолкновительной плазмы по вольтамперной характеристике (ВАХ) поперечно обтекаемого цилиндрического зонда при произвольном отношении площадей собирающих ток поверхностей зонда и опорного электрода. С использованием известных теоретических и экспериментальных зависимостей ионного и электронного токов на цилиндр построена математическая модель ВАХ (собирания тока) для зондовой системы с цилиндрическими электродами. Модель включает расчет равновесного потенциала опорного электрода при изменении напряжения смещения зонда. На основе построенной теоретической модели ВАХ цилиндрического зонда в сверхзвуковом потоке низкотемпературной неизотермической бесстолкновительной плазмы разработана процедура идентификации кинетических параметров плазмы с использованием априорной информации о свойствах плазмы и условиях эксперимента. Процедура основана на определении значений температуры и концентрации заряженных частиц, скорости потока и массы ионов плазмы, при которых теоретическая ВАХ наилучшим образом описывает полученную экспериментально ВАХ. Априорная информация о свойствах плазмы и условиях эксперимента задается в виде ограничений на параметры теоретической ВАХ.

Исследована чувствительность ВАХ цилиндрического зонда при малых вариациях параметров невозмущенной плазмы в зависимости от соотношения собирающих ток поверхностей зонда и цилиндрического опорного электрода. Получены количественные характеристики влияния отношения площадей на ВАХ цилиндрического зонда. Выполнено численное моделирование зондовых измерений в условиях ионосферы. Показана работоспособность процедуры идентификации кинетических параметров плазмы. Проведены численные исследования влияния погрешностей зондовых измерений на восстановление параметров плазмы. В рамках принятых допущений получены оценки достоверности восстановления параметров невозмущенной плазмы в зависимости от точности измерения ВАХ. Полученные результаты могут быть использованы в диагностике ионосферной плазмы.

***Ключевые слова:*** *поток неизотермической бесстолкновительной плазмы, цилиндрический зонд Ленгмюра, опорный электрод, параметрическая идентификация, априорная информация, достоверность восстановления параметров плазмы.*

The aim of this work is the development of a procedure for the characterization of a collisionless plasma using the current–voltage characteristic of a cylindrical probe perpendicular to the plasma flow at an arbitrary ratio of the probe and reference electrode current-collecting areas. Using familiar theoretical and experimental ion and electron current vs. probe potential relationships, a mathematical model of current collection was constructed for a probe system with cylindrical electrodes. The model includes the calculation of the reference electrode equilibrium potential as a function of the probe bias voltage. Based on this theoretical model of the current–voltage characteristic of a cylindrical probe in a supersonic flow of a low-temperature nonisothermal collisionless plasma, a procedure was developed for kinetic plasma parameter extraction using a priori information on the plasma properties and the experimental conditions. The procedure is based on the determination of the values of the charged particle temperature and density, the flow velocity, and the ion mass such that the theoretical current–voltage characteristic best fits the experimental one. The a priori information on the plasma properties and the experimental conditions is specified as restrictions on the parameters of the theoretical current–voltage characteristic.

The sensitivity of the current–voltage characteristic of cylindrical probe to small variations of the unperturbed plasma parameters was studied as function of the ratio of the probe and cylindrical reference electrode current-collecting surface areas. Quantitative characteristics of the effect of the area ratio on the currant–voltage characteristic of a cylindrical probe were obtained. Probe measurements in the ionosphere were numerically simulated. The operability of the kinetic plasma parameter extraction procedure was demonstrated. The effect of probe measurement errors on the extraction of the plasma parameters was numerically studied. Within the adopted assumptions, the reliability of unperturbed plasma parameter extraction was estimated as a function of the current–voltage characteristic measurement accuracy. The results obtained may be used in ionospheric plasma diagnostics.

***Keywords:*** *nonisothermal collisionless plasma flow, Cylindrical Langmuir probe, reference electrode, characterization, a priori information, plasma characterization reliability.*

**Введение.** Диагностика ионосферной плазмы на космических аппаратах (КА) традиционно осуществляется с применением электрических зондов. Благодаря простоте аппаратуры и приемлемой точности измерений электрические зонды Ленгмюра успешно используются для исследования кинетических параметров заряженных компонент ионосферной плазмы начиная с первых запусков ракет [1] до настоящего времени.

Основными элементами зондовой измерительной системы являются измерительный электрод (зонд) и опорный электрод (противозонд), имеющие электрический контакт с плазмой площадью собирающей ток поверхности соответственно $S_z$ и $S_{pz}$. Наиболее изучены и используются на практике предельные случаи схемы зондовых измерений: одиночный ($S_z << S_{pz}$) и двойной симметричный ($S_z \approx S_{pz}$) зонд Ленгмюра [1 – 3]. Более информативным является одиночный цилиндрический зонд Ленгмюра, позволяющий диагностировать температуру электронов, концентрацию заряженных частиц и, при определенных условиях, температуру ионов (концевой эффект), скорость потока и среднюю массу ионов плазмы. При измерениях в ионосфере по схеме одиночного зонда Ленгмюра в качестве опорного электрода чаще всего используется корпус КА – не изолированные от плазмы внешние поверхности проводящих элементов его конструкции. Сильная разреженность ионосферной плазмы и современная тенденция к уменьшению размеров КА (микро- и наноспутники) затрудняют выполнение ограничения $S_z << S_{pz}$ для собирающих ток электродов измерительной схемы одиночного зонда Ленгмюра.

В работе [4] рассмотрена интерпретация ионосферных измерений одиночным зондом Ленгмюра, предложена процедура идентификации параметров невозмущенной бесстолкновительной плазмы на основе параметрического представления вольтамперной характеристики поперечно обтекаемого цилиндрического зонда с привлечением априорной информации о свойствах плазмы и условиях эксперимента. В настоящей работе процедура интерпретации зондовых измерений [4] рассмотрена для схемы измерений при произвольной площади собирающей ток поверхности опорного электрода, получены оценки достоверности восстановления кинетических параметров ионосферной плазмы в зависимости от уровня погрешности измерения ВАХ поперечно обтекаемого цилиндрического зонда.

**Постановка задачи. Математическая модель собирания тока.** Рассмотрим модель зондовой измерительной системы с цилиндрическими электродами, поперечно обтекаемыми сверхзвуковым потоком бесстолкновительной плазмы с массовой скоростью $V$. Радиусы основания зонда $r_z$ и опорного электрода (противозонда) $r_{pz}$ существенно меньше их длины, торцевые поверхности опорного электрода изолированы от плазмы, электростатическое и газодинамическое влияние электродов друг на друга в плазме мало, эмиссионные токи с поверхностей электродов отсутствуют. Плазма трехкомпонентная (состоит из нейтралов, положительных однозарядных ионов и электронов), квазинейтральная, режим обтекания электродов бесстолкновительный, влияние магнитного поля на зондовый ток незначительно, распределение частиц одного сорта по скоростям в невозмущенной плазме максвелловское.

В рассматриваемом случае основными параметрами невозмущенной плазмы являются: концентрация заряженных частиц $n$, температура электронов $T_e$, температура $T_i$ и масса $m_i$ ионов. Электрическое и газодинамическое взаимодействие цилиндра с потоком плазмы определяется ионным скоростным отношением $S_i = V/u_i$, характерным размером цилиндра относительно дебаевского радиуса $\xi = r_c/\lambda_d$, безразмерным электрическим потенциалом цилиндра $\varphi$ относительно невозмущенной плазмы, отношениями масс $\mu = m_e/m_i$ и температур $\beta = T_e/T_i$ заряженных частиц. Здесь $u_i = \sqrt{2kT_i/m_i}$ – тепловая скорость ионов, $k$ – постоянная Больцмана, $r_c$ – радиус основания цилиндра, $\lambda_d$ – дебаевский радиус экранирования в невозмущенной плазме, потенциал $\varphi$ отнесен к величине $kT_e/e$, $e$ – элементарный заряд, $m_e$ – масса электронов.

Для зонда и опорного электрода примем аппроксимацию тока на поперечно обтекаемый бесстолкновительной плазмой цилиндр [4], полученную на основе классических асимптотических соотношений Ленгмюра [5], аналитических исследований [6] и расчетов работ [4, 7, 8]. В безразмерных величинах полный ток на цилиндр, находящийся под потенциалом $\varphi$ относительно невозмущенной плазмы, определяется соотношениями [4] (за положительный принят электронный ток на цилиндр):

$$\bar{I}_c(\varphi) = \bar{I}_e(\varphi) + \bar{I}_i(\varphi), \tag{1}$$

$$\bar{I}_e(\varphi) = \begin{cases} 2/\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\pi/4 + \varphi}, & \varphi > 0; \\ \exp(\varphi), & \varphi \le 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$\bar{I}_i(\varphi) = \begin{cases} -\sqrt{\mu/\beta}\sqrt{2/\pi}\exp\left(-\beta\varphi + S_i^2\right), & \varphi \ge S_i^2/\beta; \\ -\sqrt{\mu/\beta}\; 2/\sqrt{\pi}\sqrt{1/2 + S_i^2 - \beta\varphi}, & \varphi < S_i^2/\beta \end{cases}, \tag{3}$$

где $\bar{I}_c$ – безразмерный ток на цилиндр, отнесенный к хаотическому электронному току $I_{e,0} = j_{e,0} \cdot S_c$, $j_{e,0} = enu_e / 2\sqrt{\pi}$ – плотность хаотического тока электронов, $u_e = \sqrt{2kT_e/m_e}$ – тепловая скорость электронов, $S_c$ – площадь собирающей поверхности цилиндра. Здесь индекс $i$ относит значение величины к положительным ионам, индекс $e$ – к электронам.

В размерных величинах зависимость тока $I_c$ на цилиндр от его потенциала $U$ относительно невозмущенной плазмы определится через безразмерный ток $\bar{I}_c$ так:

$$I_c(U) = j_{e,0} \cdot S_c \cdot \bar{I}_c(eU/kT_e). \tag{4}$$

В притягивающем поле для электронов аппроксимация (2) справедлива при $\xi \le 1$ [2, 7], в отталкивающем поле ограничений нет. Ионный ток при скорости обтекания цилиндра $S_i \ge 4$ хорошо описывается соотношениями (3) при $\xi \le 10$ [4, 8, 9, 10]. Поскольку опорный электрод всегда находится под отрицательным потенциалом (отталкивающее поле для электронов), аппроксимация (1) – (3) для него справедлива при $S_i \ge 4$, $\xi \le 10$. Для зонда ограничения определяются электронной ветвью ВАХ – $\xi \le 1$. В дальнейшем полагаем, что радиусы зонда $r_z$ и противозонда $r_{pz}$ удовлетворяют указанным ограничениям на параметр $\xi$. Анализ численных расчетов системы уравнений Власова–Пуассона показал [4, 10], что соотношения (1) – (3) аппроксимируют решение задачи собирания ионного тока цилиндром в сверхзвуковом потоке бесстолкновительной плазмы с точностью (до 3–5) % при $S_i \ge 4$, $\xi \le 10$, $\varphi \ge -50$.

**Прямая задача зондовых измерений.** При снятии ВАХ измеряются ток $I_z$ в цепи "зонд – плазма – опорный электрод" при сканировании потенциала смещения $U_{iz}$ зонда относительно опорного электрода ($U_{iz} = U_z - U_{pz}$, где $U_z$, $U_{pz}$ – потенциалы зонда и опорного электрода относительно невозмущенной плазмы). Потенциал зонда относительно плазмы – $U_z = U_{iz} + U_{pz}$.

Характерное время установления равновесного потенциала в ионосфере достаточно мало для принятия допущения, что зондовая система всегда находится при равновесном потенциале [1]. Поэтому измерение ВАХ (сканирование потенциала смещения $U_{iz}$) может проводиться в том же режиме, что и для одиночного зонда, когда равновесный потенциал опорного электрода можно считать неизменным.

Каждому значению напряжения смещения $U_{iz}$ соответствует равновесный потенциал опорного электрода $U_{pz}$, определяемый равенством нулю суммарного тока заряженных частиц через собирающие поверхности зондовой системы. Для опорного электрода уравнение баланса токов в безразмерном виде запишется так

$$\bar{I}_c(\varphi_{pz}) \cdot S_s + \bar{I}_c(\varphi_{pz} + \varphi_{iz}) = 0, \tag{5}$$

где $S_s = S_{pz}/S_z$ – отношение площадей опорного электрода и зонда. Здесь безразмерный ток на опорный электрод $\bar{I}_c(\varphi_{pz})$ и на зонд $\bar{I}_c(\varphi_{pz}+\varphi_{iz})$ определяются соотношениями (1) – (3). Решая для каждого значения потенциала смещения $\varphi_{iz}$ нелинейное уравнение (5) относительно потенциала опорного электрода $\varphi_{pz}$, находим зависимость равновесного потенциала опорного электрода от потенциала смещения зонда – $\varphi_{pz} = \Phi(\varphi_{iz})$. В размерном виде равновесный потенциал опорного электрода определится так

$$U_{pz}(U_{iz}) = \Phi(eU_{iz}/kT_e) \cdot kT_e/e\,.$$

Таким образом, ВАХ зонда в безразмерном виде дается формулой

$$\bar{I}_z(\varphi_{iz}) = \bar{I}_c(\Phi(\varphi_{iz}) + \varphi_{iz}),$$

в размерном виде – определяется следующим образом

$$I_z(U_{iz}) = j_{e0} \cdot S_z \cdot \bar{I}_c(\Phi(eU_{iz}/kT_e) + eU_{iz}/kT_e)\,. \qquad (6)$$

Поскольку зависимости тока от потенциала электродов и параметров $\mu$, $\beta$, $S_i$ задаются непрерывной однозначной функцией (1) – (3) [4], решение $\Phi(\varphi_{iz})$ нелинейного уравнения (5) существует и единственно при всех рассматриваемых значениях потенциала смещения $\varphi_{iz}$ и легко находится итерационным методом.

Соотношения (1) – (5), определяющие параметрическое представление ВАХ (6) системы "зонд–плазма–опорный электрод", включают безразмерные параметры $\mu$, $\beta$, $S_i$, $S_s$, $\varphi_{iz}$, определяемые через параметры невозмущенной плазмы, зонда и опорного электрода:

$$m_i\,,\ T_i\,,\ T_e,\ n\,,\ V\,,\ S_z\,,\ S_{pz}\,,\ U_{iz}\,.$$

Безразмерные вольтамперные характеристики $\bar{I}_z(\varphi_{iz})$ рассматриваемой зондовой системы при различных значениях параметра $S_s$ (отношения собирающих ток площадей опорного электрода и зонда) представлены на рис. 1 в масштабах для электронного (а) и ионного (б) тока. На рис. 2 в масштабах, соответствующих электронной (а) и ионной (б) ветви ВАХ, представлены в безразмерном виде зависимости равновесного потенциала $\varphi_{pz}$ опорного электрода от потенциала смещения $\varphi_{iz}$ зонда при различных значениях параметра $S_s$. Расчеты выполнены при значениях параметров $S_i = 4{,}8$, $\mu = 3{,}7 \cdot 10^{-5}$ и $\beta = 1{,}27$, соответствующих ионосферной плазме на высоте около 700 км [4].

С увеличением собирающей ток площади опорного электрода $S_{pz}$, начиная с $S_s \approx 10$, ионная ветвь ВАХ не меняется в масштабе рис. 1, б). Это позволяет, как известно, использовать классический поход для восстановления концентрации $n$ заряженных частиц плазмы по ионной ветви ВАХ.

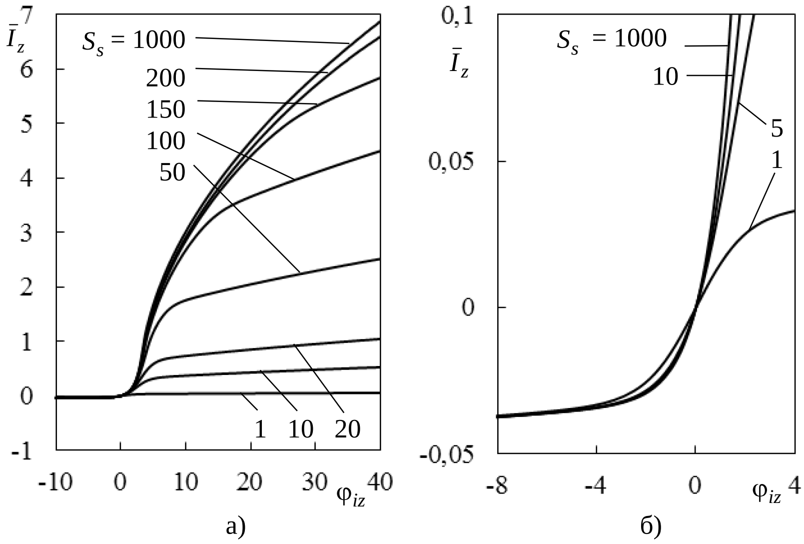


Рис. 1

Из результатов расчетов, приведенных на рис. 2, а) следует, что существует некоторое значение $S_s^*$ параметра $S_s$, качественно разделяющее поведение ВАХ: при $S_s < S_s^*$ зонд остается под отрицательным потенциалом относительно плазмы и при положительном смещении относительно опорного электрода; при $S_s > S_s^*$ – при положительном смещении относительно опорного электрода появляется ветвь ВАХ, соответствующая собиранию электронного тока зондом (рис. 1). Увеличение потенциала смещения $\varphi_{iz}$ ведет к уменьшению значения $S_s^*$. Например, в рассматриваемом случае без-

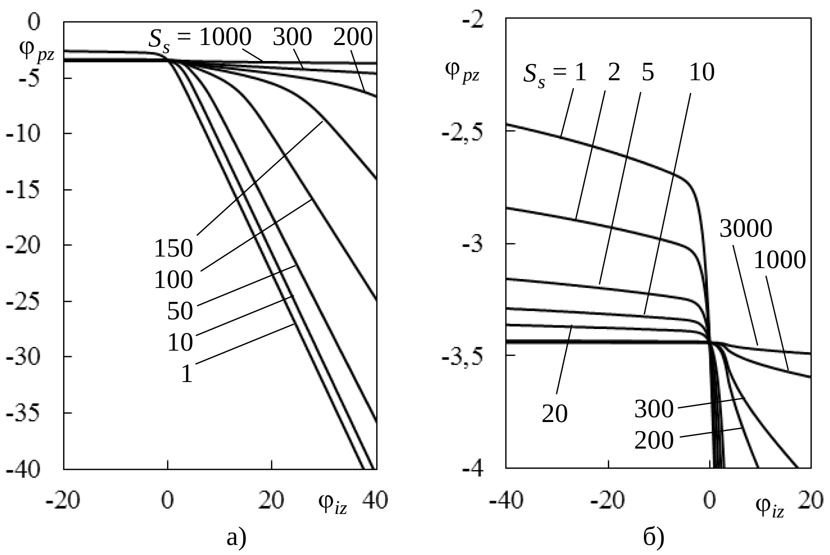


Рис. 2

размерным потенциалам смещения $\varphi_{iz} < 40$ соответствует значение $S_s^* \approx 18$, а при $\varphi_{iz} < 200$ – $S_s^* \approx 9{,}5$.

Известно [1 – 3], что для использования классических соотношений одиночного цилиндрического зонда отношение площадей опорного электрода и зонда должно удовлетворять достаточно жесткому условию $S_s \geq 10^4$. Рассмотрим возможность восстановления кинетических параметров ионосферной плазмы при использовании зондовой системы с произвольным значением параметра $S_s$.

**Обратная задача зондовых измерений.** Для применения соотношений (1) – (6) при интерпретации зондовых измерений в потоке плазмы, следуя работе [4], используем параметры

$$\mu,\ \beta,\ T_e,\ n,\ V,\ S_s. \tag{7}$$

Если обозначить через $P$ вектор параметров (7), то формально зависимость для зондового тока (6), включающая расчетные соотношения (1) – (5), может быть записана так:

$$I_z(U_{iz}, P) = j_{e0}(P) \cdot S_z \cdot \bar{I}_c(\varphi_z(U_{iz}, P), P),$$

$$\varphi_z(U_{iz}, P) = eU_{iz}/kT_e + \Phi(eU_{iz}/kT_e, P),$$

где $\varphi_z(U_{iz}, P)$ – безразмерный потенциал зонда относительно плазмы, $\Phi(\varphi_{iz}, P)$ – равновесный потенциал опорного электрода, соответствующий безразмерному потенциалу смещения зонда $\varphi_{iz}$ при значениях $P$ параметров (7), рассчитанный по нелинейному уравнению (5).

Пусть известна экспериментально полученная ВАХ $I_э(U_{iz})$ рассматриваемой зондовой системы. Обратная задача зондовых измерений заключается в определении значений параметров (7), при которых теоретическая ВАХ $I_z(U_{iz}, P)$ наилучшим образом описывает экспериментальную ВАХ $I_э(U_{iz})$. В общем случае задача восстановления параметров плазмы (7) сводится к следующей постановке [4]:

$$P^*:\ F(P^*) = \min_{P \in D} F(P), \qquad F(P) = \left\| I_z(U_{iz}, P) - I_э(U_{iz}) \right\|_{M_{iz}}. \tag{8}$$

Здесь $\left\| f(U_{iz}) \right\|_{M_{iz}}$ – дискретная квадратичная норма сеточной функции $f(U_{iz})$, множество $M_{iz}$ определяет узлы сеточной функции, $D$ – множество допустимых значений параметров $P$: $P^{\min} \leq P \leq P^{\max}$, где $P^{\min}$, $P^{\max}$ – соответственно векторы наименьших и наибольших значений параметров (7). Множество допустимых значений параметров (7) определяется из физических соображений и априорной информации об исследуемом потоке плазмы [4].

Формулы (1) – (4), (6), с учетом уравнения (5), определяют зондовый ток как кусочно-аналитическую функцию потенциала $U_{iz}$ и всех параметров (7). Нарушение гладкости происходит при значениях потенциала, удовлетворяющих условиям

$$U_{iz}+U_{pz}(U_{iz},P)=0\,,\;\; U_{iz}+U_{pz}(U_{iz},P)=m_e/e\cdot V^2/2\mu\,.$$

Эти равенства определяют поверхности пространства переменных $(U_{iz},P)$, на которых производные функции $I_z(U_{iz},P)$ терпят разрывы первого рода. Во всех остальных точках множества $D$ функция $I_z(U_{iz},P)$ аналитическая, следовательно, непрерывно дифференцируемая по всем своим переменным. Решение вариационной задачи (8) может быть реализовано методами, основанными на методе Ньютона с ограничениями на параметры. Поскольку число параметров невелико, а целевая функция $F(P)$ кусочно-аналитическая, градиент и матрицу Гессе нетрудно рассчитать.

***Анализ параметров задачи.*** Обозначим через $p$ отдельный параметр множества (7). Определим для функции $I_z(U_{iz},P)$ в окрестности некоторой точки $P_0=(\mu_0,\beta_0,T_{e0},n_0,V_0,S_{s0})$ безразмерную функцию чувствительности по параметру $p$:

$$\bar{I}_{z,p}(U_{iz},P_0)=\frac{p_0}{j_{e0}\cdot S_z}\frac{\partial I_z(U_{iz},P_0)}{\partial p}\,.$$

Малые изменения параметров (7) $p=p_0(1+\varepsilon_p)$, в окрестности точки $P_0$ приведут к изменению безразмерного зондового тока

$$\bar{I}_z(U_{iz},P)\approx\bar{I}_z(U_{iz},P_0)+\sum_p\varepsilon_p\bar{I}_{z,p}(U_{iz},P_0)\,. \qquad (9)$$

На основе этих соотношений выполнен анализ влияния параметров (7) на ВАХ рассматриваемой зондовой системы при различных отношениях площадей $S_s$ опорного электрода и зонда при ионосферных исследованиях на высоте около 700 км. Базовые значения $P_B$ параметров (7) определены в [4].

Модель собирания зондового тока (1) – (6) более соответствует физической задаче зондовых измерений по сравнению с рассмотренной в работе [4] моделью одиночного зонда Ленгмюра, поскольку здесь равновесный потенциал опорного электрода рассматривается не как независимый параметр, а определяется из физических соотношений баланса собираемых токов (5). Для модели (1) – (6) рассмотренная в работе [4] "конкуренция" параметров $T_e$ и $U_{pz}$ не актуальна и достоверность восстановления электронной температуры $T_e$, как и концентрации $n$, определяется в основном адекватностью математической модели собирания тока для зонда и опорного электрода. При этом модель (1) – (6) привязана к цилиндрической форме опорного электрода, в то время как рассмотренная в работе [4] модель одиночного зонда позволяет интерпретировать зондовые измерения при любом опорном электроде, удовлетворяющем ограничениям теории одиночного зонда Ленгмюра.

Проведенные вычисления показали, что для рассматриваемой модели "зонд – плазма – опорный электрод" зависимости зондового тока от параметров $n$, $\mu$, $\beta$, $V$ при отношении площадей $S_s > 200$ по уровню влияния соответствуют зависимостям, полученным в работе [4] для модели "зонд – плазма" одиночного зонда Ленгмюра. Для концентрации $n$, отношения масс $\mu$ и температур β заряженных компонентов плазмы при $S_s > 500$ наблюдается качественное и количественное соответствие функций чувствительности для рассмотренных моделей зондовых измерений. Для скорости потока $V$ и температуры электронов $T_e$ плазмы функции чувствительности при переходе от модели одиночного зонда к модели зонда с цилиндрическим опорным электродом меняют знак на противоположный.

На рис. 3 представлены результаты расчетов функций чувствительности модели собирания зондового тока (1) – (6) к значениям электронной температуры $T_e$ (а) и параметра $S_s$ (б) в зависимости от потенциала смещения зонда $U_{iz}$ при различных значениях отношения площадей опорного электрода и

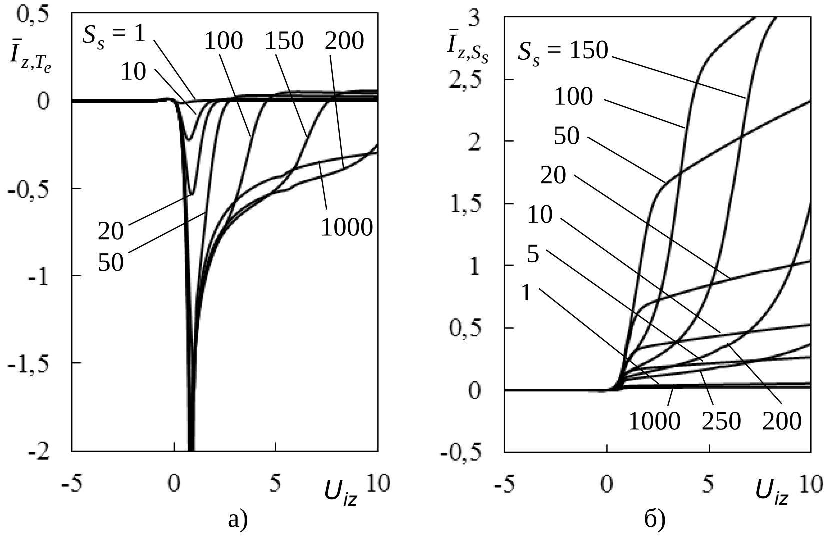


Рис. 3

зонда $S_s$. Функции чувствительности рассчитаны при базовых значениях $P_B$ параметров плазмы (7). Представленные на рис. 3 данные показывают, что при отрицательном смещении потенциала зонда относительно потенциала опорного электрода зондовый ток не зависит от температуры электронов $T_e$ и отношения площадей $S_s$. При $S_s > 100$ уровень влияния на зондовый ток параметра $T_e$ не меняется, а с ростом отношения площадей $S_s$ область влияния $T_e$ увеличивается в сторону положительных значений потенциала смещения зонда $U_{iz}$. При отношении площадей $S_s > 300$ влияние температуры электронов $T_e$ на зондовый ток практически не меняется с увеличением площади собирающей поверхности опорного электрода.

***Влияние погрешностей.*** В условиях ионосферы работа электрического зонда сопровождается множеством факторов, искажающих вид ВАХ. Для обоснования работоспособности предложенной процедуры интерпретации зондовых измерений в ионосфере проведены численные исследования влияния погрешностей измерения ВАХ цилиндрического зонда на восстановление параметров плазмы (7) при значении параметра $S_s = 1000$. В рамках принятых до-

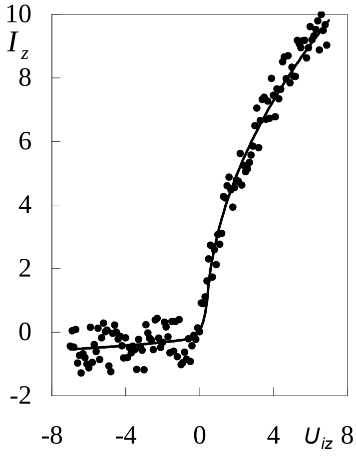


Рис. 4

пущений получены оценки достоверности восстановления значений параметров невозмущенной плазмы (7) в зависимости от точности измерения ВАХ.

Результаты восстановления зашумленной ВАХ, моделирующей экспериментальные данные при погрешности измерения зондового тока $I_z$ до 20 % от максимального регистрируемого значения при базовых параметрах (7), представлены на рис. 4 (точки – экспериментальная ВАХ, сплошная кривая – восстановленная теоретическая ВАХ, зондовый ток приведен в мкА, потенциал $U_{iz}$ в вольтах). Восстановленная ВАХ в масштабе рисунка практически совпадает с базовой ВАХ. Решение задачи параметрической идентификации показало, как в работе [4], устойчивость к случайным погрешностям при количестве измерений ~100 и более для диапазона изменения потенциала смещения зонда от –10 В до +10 В.

Основываясь на соотношении (9) исследовано влияние уровня неопределенности измерений зондового тока на достоверность восстановления параметров невозмущенной плазмы. Получены оценки допустимых изменений параметров невозмущенной плазмы

$$\left|\tilde{p} - \bar{p}\right| \le \Delta_p \approx \delta_p \cdot \left|\bar{p}\right|, \quad \left|\bar{p}\right| >> 0$$

в зависимости от уровня неопределенности зондовых токов

$$\left|\tilde{I} - \bar{I}\right| \le \Delta_I \approx \delta_I \cdot M_I, \quad M_I > 0 .$$

Здесь $p$ – один из параметров множества (7); $\Delta$ – абсолютная, $\delta$ – относительная погрешность соответствующих величин; $M_I$ – характерное значение зондового тока при определении параметров плазмы (7); прямой чертой сверху обозначены "точные" значения, волнистой – "восстановленные" или "измеренные" значения соответствующих величин.

На рис. 5 приведены относительные изменения $\delta_p$ параметров плазмы (7) в зависимости от относительного уровня неопределенности зондовых токов $\delta_I$: кривая 1 соответствует концентрации $n$; 2 – скорости $V$ при $\delta_\mu = 0$; 3 – электронной температуре $T_e$; 4 – отношению масс $\mu$ при $\delta_V = 0$; 5 – $V$ при $\delta_\mu = 0{,}1$; 6 – $\mu$ при $\delta_V = 0{,}1$. Представленные на рис. 5 оценки не являются точными, получены аналитически в линейном приближении (9) по

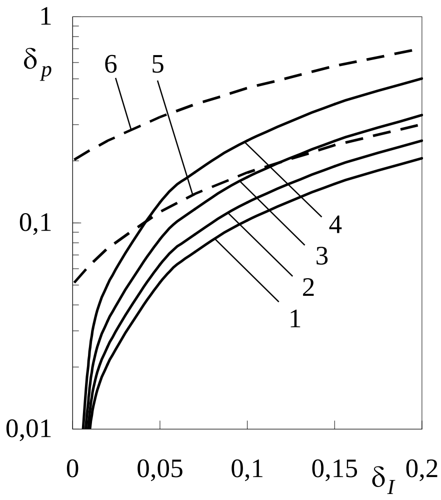


Рис. 5

аппроксимации (1) – (6) и уточнены численными расчетами по методике, описанной в работе [4]. Принято следующее характерное значение зондового тока:

$$M_I = \begin{cases} I_{\max} & \text{при } |I_э| > I_{e0}, \\ I_{e0} & \text{при } |I_э| < I_{e0},\ U_{\text{iz}} > U^*, \\ 0{,}025 \cdot I_{e0} & \text{при } |I_э| < I_{e0},\ U_{\text{iz}} \le U^*, \end{cases}$$

где $I_{\max}$ – наибольшее регистрируемое значение зондового тока; $I_{e,0}$ – хаотический ток электронов на зонд; $U^*$ – значение потенциала, условно разбивающее ВАХ на ионную и электронную части (приведены оценки при $U^* = -1$ В). Полученные оценки характеризуют влияние на достоверность восстановления параметров плазмы как точности электрических измерений, так и соответствия модели собирания тока реальным условиям зондовых измерений.

**Выводы.** Построена математическая модель собирания тока для зондовой системы с цилиндрическими электродами при произвольном отношении площадей зонда и опорного электрода. Модель включает расчет равновесного потенциала опорного электрода при изменении напряжения смещения зонда. На основе построенной модели разработана процедура расчета теоретической ВАХ цилиндрического зонда в сверхзвуковом потоке низкотемпературной неизотермической бесстолкновительной плазмы и восстановления кинетических параметров плазмы с использованием априорной информации о свойствах плазмы и условиях эксперимента.

Исследована чувствительность ВАХ цилиндрического зонда при малых вариациях параметров невозмущенной плазмы в зависимости от соотношения собирающих ток поверхностей зонда и цилиндрического опорного электрода. Определены значения отношения площади опорного электрода к площади зонда, при которых в условиях ионосферы работа измерительной системы "зонд – плазма – опорный электрод" подобна работе одиночного зонда Ленгмюра. Получены количественные характеристики влияния отношения площадей на ВАХ цилиндрического зонда.

Выполнено численное моделирование зондовых измерений в условиях ионосферы. Показана работоспособность процедуры идентификации кинетических параметров плазмы. Проведены исследования влияния погрешностей зондовых измерений на восстановление параметров плазмы. В рамках принятых допущений получены оценки достоверности восстановления параметров невозмущенной плазмы в зависимости от точности измерения ВАХ и адекватности принятой математической модели собирания тока.

Полученные результаты могут быть использованы при подготовке и интерпретации экспериментов по диагностике ионосферной плазмы.

1. *Бойд Р.* Зонды Ленгмюра на космическом корабле. В кн. Методы исследования плазмы / Под ред. В. Лохте–Хольтгревена. М.: Мир 1971. С. 506–538.
2. *Чан П., Толбот Л., Турян К.* Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. М.: Мир, 1978. 201 с.
3. *Козлов О. В.* Электрический зонд в плазме. М.: Атомиздат, 1969. 291 с.
4. Лазученков Д. Н., Лазученков Н. М. Интерпретация зондовых измерений в потоке бесстолкновительной плазмы. Техническая механика. 2018. № 1. С. 107–120. https://doi.org/10.15407/itm2018.01.107

5. *Mott-Smith H., Langmuir I.* The theory of collectors in gaseous discharges. Phys. Rev. 1926. V. 28. № 5. P. 727–763. https://doi.org/10.1103/PhysRev.28.727
6. *Hoegy W. R., Wharton L. E.,* Current to a moving cylindrical electrostatic probe. Journal of Applied Physics. 1973. V. 44, No. 12. P. 5365–5371. https://doi.org/10.1063/1.1662157
7. *Latramboise J. G.* Theory of Spherical and Cylindrical Langmuir Probes in a Collisionless Maxwellian Plasma at Rest. Report, No. 100. Univ. of Toronto, Institute of Aerospace Studies. 1966. 210 c. https://doi.org/10.21236/AD0634596
8. *Godard R., Laframboise J.* Total current to cylindrical collectors in collision less plasma flow. Space Science. 1983. V. 31, № 3. P. 275–283. https://doi.org/10.1016/0032-0633(83)90077-6
9. *Choiniere E.* Theory and experimental evaluation of a consistent steady-state kinetic model for two-dimensional conductive structures in ionospheric plasmas with application to bare electrodynamic tethers in space : Ph.D. dissertation. University of Michigan, 2004. 288 p.
10. *Лазученков Д. Н., Лазученков Н. М.* Математическое моделирование обтекания проводящего цилиндра сверхзвуковым потоком бесстолкновительной плазмы. Техническая механика. 2019. № 1. С. 63–74. https://doi.org/10.15407/itm2019.01.063

Получено 12.11.2019,
в окончательном варианте 21.11.2019