УДК 539.376

И. А. ДОЯР, В. П. ПОШИВАЛОВ

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ СТАЛИ 12Х18Н10Т ПРИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ В УСЛОВИЯХ ОДНООСНОГО РАСТЯЖЕНИЯ

В работе предложен метод прогнозирования долговечности конструкционных материалов при изотермической ползучести в условиях одноосного стационарного нагружения на основе деформационного критерия отказа, который предполагает, что предельное состояние материала определяется критической величиной накопленной деформации ползучести. Выполнена стохастическая линеаризация определяющих уравнений, описывающих процесс ползучести, что позволило аналитически определить основные характеристики распределения деформации ползучести и построить стохастическую модель разрушения для коррозионностойкой стали 12Х18Н10Т.

У роботі запропоновано метод прогнозування довговічності конструкційних матеріалів при ізотермічній повзучості в умовах одноосьового стаціонарного навантаження на основі деформаційного критерію відмови, який передбачає, що граничний стан матеріалу визначається критичною величиною накопиченої деформації повзучості. Виконана стохастична лінеаризація визначальних рівнянь, які описують процес повзучості, що дозволило аналітично визначити основні характеристики розподілу деформації повзучості і побудувати стохастичну модель руйнування для корозійностійкої сталі 12Х18Н10Т.

The paper deals with a method of prediction of the structural material life under isotermic creep in uniaxial stationary loading, based on a strained failure criterion, which suggests that a limited state of material is measured by a critical value of the stored creep strain using the 12X18H10T corrosion-resistant steel as an example. The determining creeping equations are stochastically linearized. It allowed an analytical determination of the basic distribution characteristics of creep strain and construction of a stochastic failure model.

Для обоснованного назначения срока эксплуатации конструкций, работающих в экстремальных условиях, особую важность представляет вопрос разработки методов прогнозирования длительной прочности различных классов конструкционных материалов, работающих в широком диапазоне напряжений и температур. При этом применяемые определяющие соотношения должны быть физически обоснованными и удобными для их использования в инженерных расчетах.

Поскольку процесс деформирования при ползучести протекает неравномерно в пределах одного и того же образца, то имеет место большой разброс данных по времени до разрушения даже в идеальных лабораторных условиях проведения эксперимента. Наиболее естественный путь описания разброса заключается в построении физически адекватной вероятностной модели разрушения. Этот путь, в применении к рассматриваемой проблеме, связан с большими трудностями из-за сложности и разномасштабной неоднородности структурных элементов твердых тел [1, 2].

В работе рассмотрен метод прогнозирования долговечности конструкционных материалов при изотермической ползучести в условиях одноосного нагружения на основе деформационного критерия отказа [3], который предполагает, что предельное состояние материала определяется критической величиной накопленной деформации ползучести.

Основной количественной характеристикой долговечности элемента конструкции является его вероятность безотказной работы (вероятность неразрушения) $P(t)$ за время t.

Поскольку деформация ползучести $\varepsilon(t)$ является неубывающей функцией времени, то для вероятности неразрушения элемента конструкции $P(t)$ имеем

$$P(t,\varepsilon^*) = P\{t_p > t\} = P\{\varepsilon(\tau) \in (0,\varepsilon^*), \tau \in (0,t)\} = P\{\varepsilon(t) \in (0,\varepsilon^*)\}, \qquad (1)$$

где t_p – время до разрушения; ε^* – предельно допустимое значение накопленной деформации ползучести.

Образец считается работоспособным при $\varepsilon(t) < \varepsilon^*$. Случайная величина t_p определяется моментом времени достижения деформацией ползучести величины ε^*.

Для нахождения распределения t_p достаточно вычислить вероятность пребывания случайного процесса $\varepsilon(t)$ в произвольный момент времени t в области $(0,\varepsilon^*)$.

Для описания процесса ползучести принимаем уравнения состояния в виде степенных зависимостей [1]

$$\dot{\varepsilon} = \frac{a\sigma^n}{(1-\omega)^n}, \qquad (2)$$

$$\dot{\omega} = \frac{b\sigma^k}{(1-\omega)^l}, \qquad (3)$$

где σ – напряжение, ω – структурный параметр, характеризующий меру повреждённости материала, a, b, n, k, l – постоянные материала при фиксированной температуре.

Решая систему уравнений (2) – (3), получим

$$\varepsilon(t) = \frac{a\sigma^n t_p}{\gamma}\left[1-(1-x)^\gamma\right], \qquad (4)$$

где $x = \dfrac{t}{t_p}$, $\gamma = \dfrac{c-n}{c}$, $c = l+1$, $x \ge 0$, $t_p = \dfrac{1}{bc\sigma^k}$ – время до разрушения.

Деформация ползучести в момент разрушения из (4) определится так

$$\varepsilon_{t_p} = \varepsilon(t_p) = \frac{a\sigma^{n-k}}{b\gamma}. \qquad (5)$$

В дальнейшем считаем параметры n, k, l детерминированными величинами $(n = 3{,}02;\ k = 3{,}1)$, а параметры a и b – случайными величинами, распределения которых меняются при изменении напряжения σ, поэтому однозначно нельзя сделать вывод о монотонности функция ε_{t_p} [4].

Обозначим через a_i, b_i совокупность случайных величин, соответствующих i-му уровню напряжения σ_i, где $i = \overline{1,4}$.

Найдем оценку параметра l на основании экспериментальных данных, представленных в таблице 1 [5 – 7]

$$\hat{l} = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\hat{l}_i = 3{,}653, \qquad (6)$$

где $\hat{l}_i = \frac{[a_i]\cdot\sigma_i^{n-k}}{[b_i]\cdot[\hat{\varepsilon}_{t_p}]} + n - 1$, $[a_i]$, $[b_i]$ – математические ожидания случайных величин a_i, b_i, $[\hat{\varepsilon}_{t_p}]$ – выборочное среднее деформации ползучести в момент разрушения, $i = \overline{1{,}4}$.

Для $l = \hat{l}$ имеем $\gamma < 1$.

В таблице 1 приведены экспериментальные данные по длительной прочности образцов из коррозионностойкой стали 12Х18Н10Т при температуре $T = 850^\circ C$ для четырех уровней напряжения $\sigma = \{39{,}24;\ 49{,}05;\ 58{,}86;\ 78{,}48\}$ МПа [5 – 7].

Таблица 1

Номер образца	Напряжение, σ МПа	Скорость установившейся ползучести в начальный момент времени, $\dot{\varepsilon}_0$, час$^{-1}$	Экспериментальное время до разрушения, $t_{рэ}$, час	Деформация ползучести в момент разрушения, $\varepsilon_{t_{рэ}}$
5	39,24	0,0008	35	0,048
11		0,00081	40	0,085
16		0,0008	47	0,152
13		0,00084	66	0,234
30		0,00084	67	0,11
32		0,00081	68	0,125
24	49,05	0,0023	18	0,08
22		0,0019	20,5	0,09
23		0,0019	21,5	0,11
27		0,0019	22,5	0,093
26		0,0021	24	0,13
29		0,0017	28	0,12
28		0,0014	30	0,08
15	58,86	0,0037	6,7	0,065
31		0,0027	14	0,047
17		0,0023	15	0,073
7		0,0023	16	0,05
14		0,0033	20	0,17
21		0,0023	20,5	0,09
39	78,48	0,011	6	0,13
37		0,0045	6	0,118

Стохастически линеаризуя (4) путем разложения функции

$$f(x) = (1-x)^{\gamma} \quad (7)$$

в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 0$, получим [8]

$$f(x) = 1 + \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\gamma(\gamma-1)...(\gamma-m+1)}{m!}(-1)^m \cdot x^m \text{ при } |x| < 1, \ \forall \ \gamma \in C. \quad (8)$$

Погрешность при аппроксимации функции (7) рядом Тейлора для m членов ряда равна [8]

$$R_m(x) = \frac{f^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} x^m = \frac{\gamma(\gamma-1)...(\gamma-m)\cdot(1-\xi)^{\gamma-m-1}}{(m+1)!}(-1)^{m+1} \cdot x^{m+1}, \quad (9)$$

где $0 < \xi < x$.

Абсолютная величина погрешности (9) имеет оценку

$$|R_m(x)| \le \frac{C_x}{m+1} \quad ,$$

где C_x – константа, ограничивающая функцию $\left|\frac{x}{1-x}\right|^{m+1}$ на произвольном интервале $0 \le x \le \sim$ $(\sim < 1)$.

Задавая точность μ, можно определить минимальное количество членов ряда (8), для которого выполняется неравенство

$$|R_m(x)| < \mu. \quad (10)$$

Чем меньше значение x, тем меньшее количество членов ряда необходимо для обеспечения точности μ.

Для шести членов ряда (8) случайный процесс (4) принимает вид

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma^{n-k}}{(l+1-n)}[0{,}349 \cdot a \cdot t + 0{,}113 \cdot a \cdot b \cdot t^2 + 0{,}063 \cdot a \cdot b^2 \cdot t^3 +$$
$$+ 0{,}041 \cdot a \cdot b^3 \cdot t^4 + 0{,}03 \cdot a \cdot b^4 \cdot t^5 + 0{,}023 \cdot a \cdot b^5 \cdot t^6]. \quad (11)$$

Соотношение (11) является линейным относительно случайных величин a, ab, ab^2, ab^3, ab^4, ab^5.

Запишем выражения для математического ожидания и дисперсии $\varepsilon(t)$ в момент времени t:

$$M[\varepsilon(t)] = \sum_{i=1}^{6} M[x_i] \cdot T_i, \quad (12)$$

$$D[\varepsilon(t)] = \sum_{i=1}^{6} D[x_i] \cdot T_i^2 + 2 \sum_{1 \le i < j \le 6} T_i \cdot T_j \cdot K_{x_i, x_j}, \quad (13)$$

где T_i – детерминированные величины, $M[x_i]$, $D[x_i]$ – математическое ожидание и дисперсия случайной величины x_i, K_{x_i, x_j} – ковариации соответствующих случайных величин x_i, x_j, где x_i, $x_j \in \{a, ab, ab^2, ab^3, ab^4, ab^5\}$, $i, j = \overline{1,6}$.

Будем считать, что случайный процесс $\varepsilon(t)$ является нормальным [3]. Тогда соотношение (1) примет вид

$$P(t, \varepsilon^*) = P\left\{\varepsilon(t) \in \left(0, \varepsilon^*\right)\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi D[\varepsilon(t)]}} \int_0^{\varepsilon^*} \exp\left\{-\frac{\left(x - M[\varepsilon(t)]\right)^2}{2D[\varepsilon(t)]}\right\} dx \,. \quad (14)$$

Для построения вероятностной модели разрушения необходимо найти распределение $\varepsilon_{t_p} = \varepsilon(t_p)$ и определить предельно допустимое значение накопленной деформации ползучести ε^*.

Функция распределения случайной величины ε_{t_p} равна

$$F_{\varepsilon_{t_p}}(z) = P\left\{\varepsilon_{t_p} < z\right\} = \begin{cases} 0, & z \le 0 \\ P\left\{\dfrac{a}{b} K(\sigma) < z\right\}, & z > 0 \end{cases}, \quad (15)$$

где $K(\sigma) = \dfrac{\sigma^{n-k}}{(c-n)}$.

При $z > 0$ имеем

$$F_{\varepsilon_{t_p}}(z) = P\left\{\frac{a}{b} K(\sigma) < z\right\} = \iint\limits_{\frac{x}{y} K(\sigma) < z} f_{a,b}(x, y)\, dxdy = \iint\limits_{\frac{x}{y} K(\sigma) < z} f_a(x) f_b(y)\, dxdy =$$

$$= \iint\limits_{\frac{x}{y} K(\sigma) < z} \frac{1}{2\pi x y s_1(\sigma) s_2(\sigma)} \exp\left(-\frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\ln x - \mu_1(\sigma)}{s_1(\sigma)}\right]^2 + \left[\frac{\ln y - \mu_2(\sigma)}{s_2(\sigma)}\right]^2\right\}\right) dxdy,$$

где $a \sim \mathrm{LogN}(\mu_1(\sigma), s_1^2(\sigma))$, $b \sim \mathrm{LogN}(\mu_2(\sigma), s_2^2(\sigma))$, $\mu_1(\sigma)$, $s_1(\sigma)$, $\mu_2(\sigma)$, $s_2(\sigma)$ – параметры распределений случайных величин a, b.

Обозначим через $f_{\varepsilon_{t_p}}(z)$ плотность распределения ε_{t_p}.

Графики функции и плотности распределения ε_{t_p} приведены соответственно на рисунках 1 и 2.

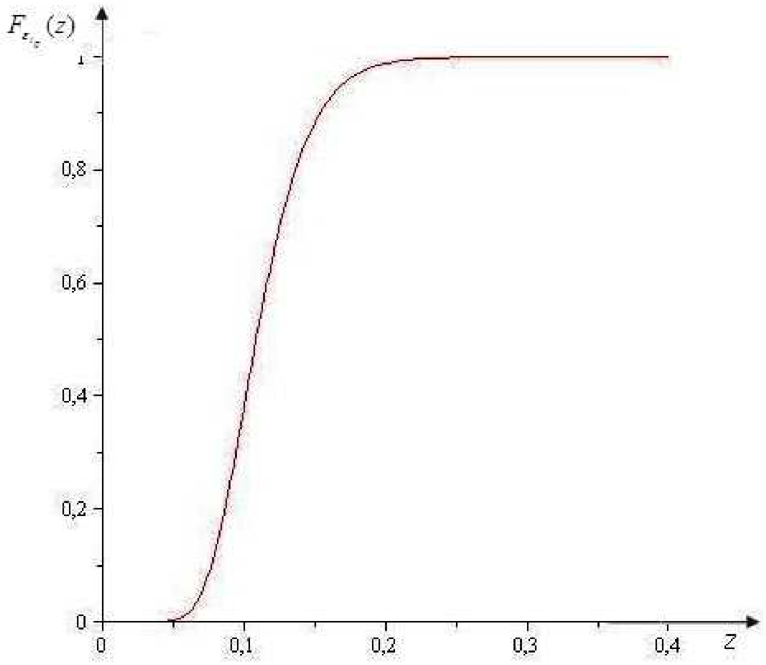

Рис. 1

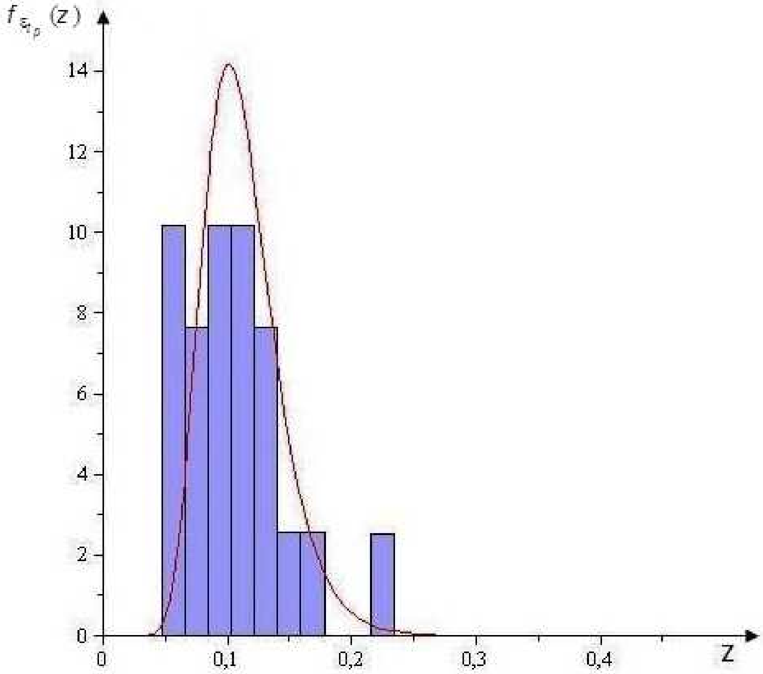

Рис. 2

Проведем дисперсионный и корреляционный анализ для исследования влияния напряжения на величину деформации ползучести в момент разрушения. Для этого воспользуемся данными из таблицы 1 (столбцы 2, 5), где в качестве фактора будет выступать напряжение σ, а в качестве популяции (выборки) – выборочный вектор $\varepsilon_{t_{рэ}}$.

Теоретические характеристики распределения случайной величины $\varepsilon_{t_p} = \varepsilon(t_p)$ определяются по формулам

$$[\varepsilon_{t_p}] = \int_0^{+\infty} z \cdot f_{\varepsilon_{t_p}}(z)dz\,, \tag{16}$$

$$\sigma_{\varepsilon_{t_p}} = \sqrt{\int_0^{+\infty} z^2 \cdot f_{\varepsilon_{t_p}}(z)dz - \left([\varepsilon_{t_p}]\right)^2}\,. \tag{17}$$

Результаты расчетов, представленные соответственно на рисунках 3 и 4, свидетельствуют о том, что значение напряжения σ на 95% уровне значимости не влияет на величину ε_{t_p}.

Будем считать значения выборочного вектора $\varepsilon_{t_{рэ}}$ – выборкой из одного распределения, не зависящего от уровня напряжения. В этом случае из (16) и (17) имеем: эмпирическое среднее и эмпирическое среднеквадратическое отклонение ε_{t_p} равны $\left[\hat{\varepsilon}_{t_{рэ}}\right] = 0{,}105$ и $\sigma_{\varepsilon_{t_{рэ}}} = 0{,}043$, а теоретическое среднее и теоретическое среднеквадратическое отклонение ε_{t_p} равны $\left[\varepsilon_{t_p}\right] = 0{,}113$ и $\sigma_{\varepsilon_{t_p}} = 0{,}031$ соответственно.

Предельно допустимое значение накопленной деформации ползучести ε^* определяется из уравнения

$$1 - F_{\pounds_{t_p}}(\pounds^*) = P\{\pounds_{t_p} > \pounds^*\} = \sim\,, \tag{18}$$

где ~ произвольный уровень доверительной вероятности.

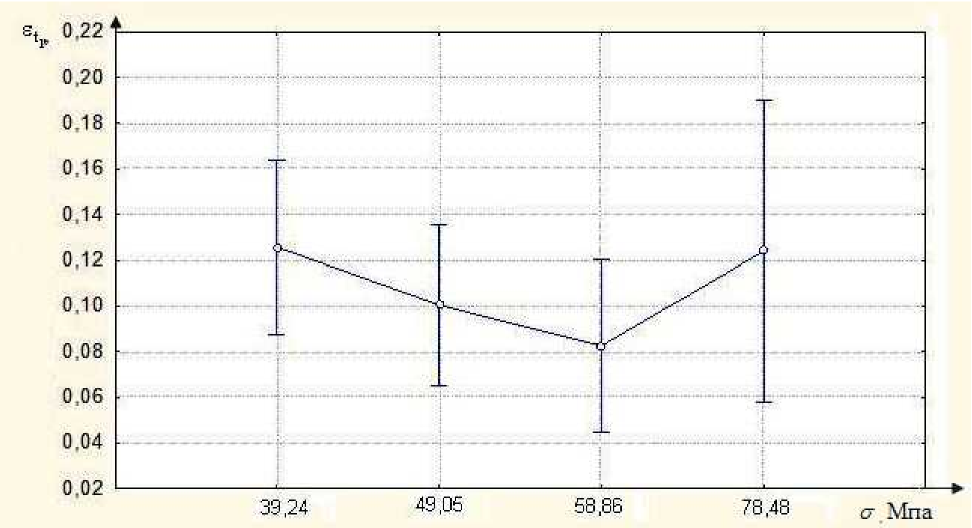

Рис. 3

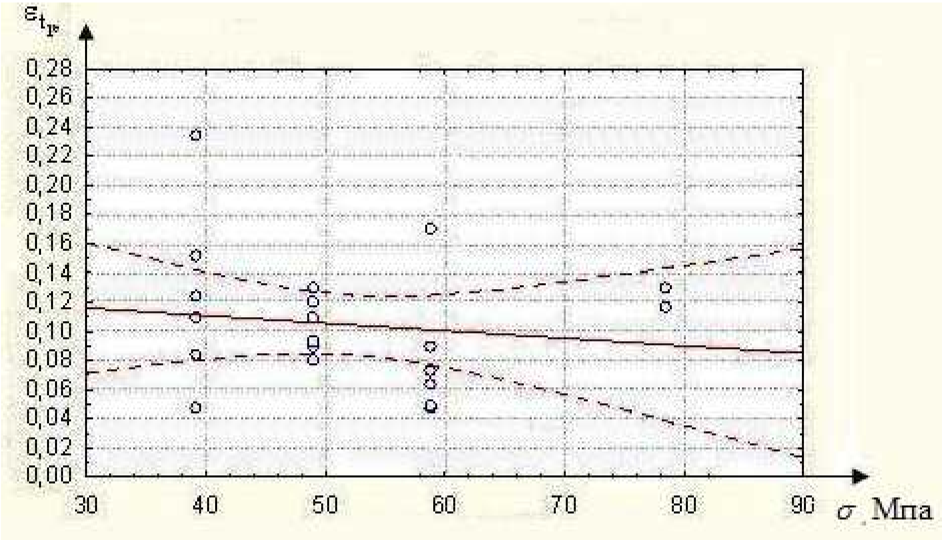

Рис. 4

На основании (14) найдем функцию распределения времени до разрушения с учетом соотношений (12) и (13)

$$F(t, \varepsilon^*) = 1 - P(t, \varepsilon^*) . \tag{19}$$

Таким образом, получено двухпараметрическое семейство функций распределения, зависящих от параметров σ и ε^*, второй из которых определяется уровнем доверительной вероятности α .

Функции распределения времени до разрушения для трёх оставшихся уровней напряжения $\sigma = \{49{,}05;\ 58{,}86;\ 78{,}48\}$ МПа находятся аналогичным образом, как и для $\sigma = 39{,}24$ МПа.

В таблице 2 приведены расчетные значения основных характеристик длительной прочности образцов из коррозионностойкой стали 12Х18Н10Т для трёх значений доверительной вероятности α и для четырех уровней напряжения σ .

Таблица 2

Напря-жение, σ МПа	Доверитель-ная вероят-ность, ~	Предельно допустимое значение ε^*	β - процентный ресурс	Теоретическое среднее	Теоретическое средне-квадратическое отклоне-ние	Эмпирическое среднее	Эмпирическое средне-квадратическое отклоне-ние
	0,92	0,0744	$t_{0,92}$ = 39,06 $t_{0,95}$ = 38,39 $t_{0,98}$ = 37,39	50,22	13,91		
39,24	0,95	0,0698	$t_{0,92}$ = 38,03 $t_{0,95}$ = 37,38 $t_{0,98}$ = 36,42	48,98	13,90	53,83	14,93
	0,98	0,0625	$t_{0,92}$ = 36,24 $t_{0,95}$ = 35,65 $t_{0,98}$ = 34,75	46,76	13,89		
	0,92	0.0731	$t_{0,92}$ = 19,55 $t_{0,95}$ = 19,21 $t_{0,98}$ = 18,71	25,17	7,1		
49,05	0,95	0,0685	$t_{0,92}$ = 19.03 $t_{0,95}$ = 18,71 $t_{0,98}$ = 18,23	24,54	7,09	23,5	4,22
	0,98	0,0614	$t_{0,92}$ = 18.14 $t_{0,95}$ = 17,84 $t_{0,98}$ = 17,39	23,43	7,08		
	0,92	0,072	$t_{0,92}$ = 11,1 $t_{0,95}$ = 10,91 $t_{0,98}$ = 10,63	14, 3	4,04		
58,86	0,95	0,0675	$t_{0,92}$ = 10,81 $t_{0,95}$ = 10,63 $t_{0,98}$ = 10,35	13,94	4,04	15,37	5,01
	0,98	0,0605	$t_{0,92}$ = 10,3 $t_{0,95}$ = 10,14 $t_{0,98}$ = 9,88	13,31	4,03		
	0,92	0,0703	$t_{0,92}$ = 4,55 $t_{0,95}$ = 4,47 $t_{0,98}$ = 4,35	5,86	1,66		
78,48	0,95	0,0659	$t_{0,92}$ = 4,43 $t_{0,95}$ = 4,35 $t_{0,98}$ = 4,24	5,71	1,65	6	0
	0,98	0,0591	$t_{0,92}$ = 4,22 $t_{0,95}$ = 4,15 $t_{0,98}$ = 4,05	5,45	1,65		

На рисунках 5 и 6 соответственно представлены графики функции и плотности функции распределения времени до разрушения для ~ = 0,92 и $\sigma = 39{,}24$ МПа.

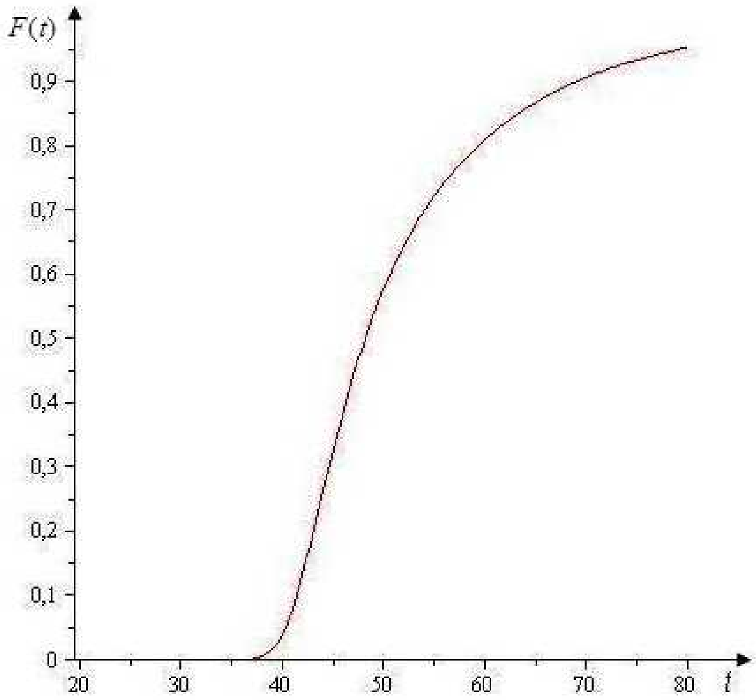

Рис. 5

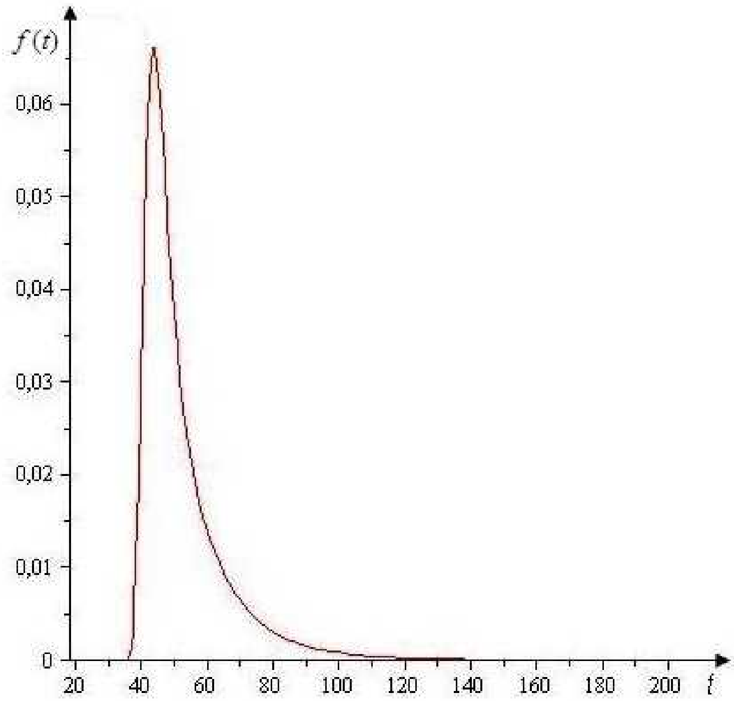

Рис. 6

Выводы. Предложена стохастическая модель разрушения образцов из коррозионностойкой стали 12Х18Н10Т, которая позволяет по заданному уровню доверительной вероятности α и напряжению ~ определять функцию распределения времени до разрушения.

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций / *Ю. Н. Работнов*. – М. : Наука, 1966. – 752 с.
2. *Пошивалов В. П.* Об одном подходе к определению времени до разрушения в условиях ползучести / *В. П. Пошивалов //* Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993. – №3. – С. 56 – 60.
3. *Самарин Ю. П.* Оценка надежности стержневых конструкций по критерию деформационного типа. Проблемы машиностроения и надежности машин / *Ю. П. Самарин, Г. А. Павлова, Н. Н. Попов* // Проблемы машиностроения и надежности. – 1990. – №4. – С. 63 – 67.
4. *Дояр И. А.* Вариант вероятностной оценки времени до разрушения при ползучести / *И. А. Дояр, В. П. Пошивалов* // Техническая механика. – 2013. – №2. – С. 99 – 108.
5. *Локощенко А. М.* Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении / *А. М. Локощенко, С. А. Шестериков* // Журнал прикл. механики и технич. физики. – 1980. – № 3. – С. 155 – 159.
6. *Соснин О. В.* Определение параметров кривых ползучести при наличии всех стадий процесса ползучести / *О. В. Соснин, А. Ф. Никитенко, Б. В. Горев* // Расчёты и испытания на прочность. Расчетные методы определения несущей способности и долговечности элементов машин и конструкций. Метод определения параметров кривых ползучести и накопления повреждений при одноосном нагружении: метод. рекомендации. – М. : ВНИИНМАШ, 1982. – С. 29 – 37.
7. *Радченко В. П.* Оценка надежности элементов конструкций в условиях ползучести на основе обобщенных стохастических моделей / *В. П Радченко, М. В. Шершнева, С. Н. Кубышкина* // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2012. – №3(24). – С. 53 – 54.
8. *Зорич В. А.* Математический анализ. Часть II / *В. А. Зорич* . – М. : МЦНМО, 2002. – 794 с.

Институт технической механики
НАН Украины и ГКА Украины,
Днепропетровск

Получено 24.10.13,
в окончательном варианте 17.03.14